**ESERCIZIO 1**

Si consideri un sistema di controllo dove il sistema da controllare è descritto da $G(s) = \frac{4}{s(1+0.2s)(1-s)}$ e il regolatore in anello chiuso è ad azione proporzionale con guadagno $\mu_R$ .

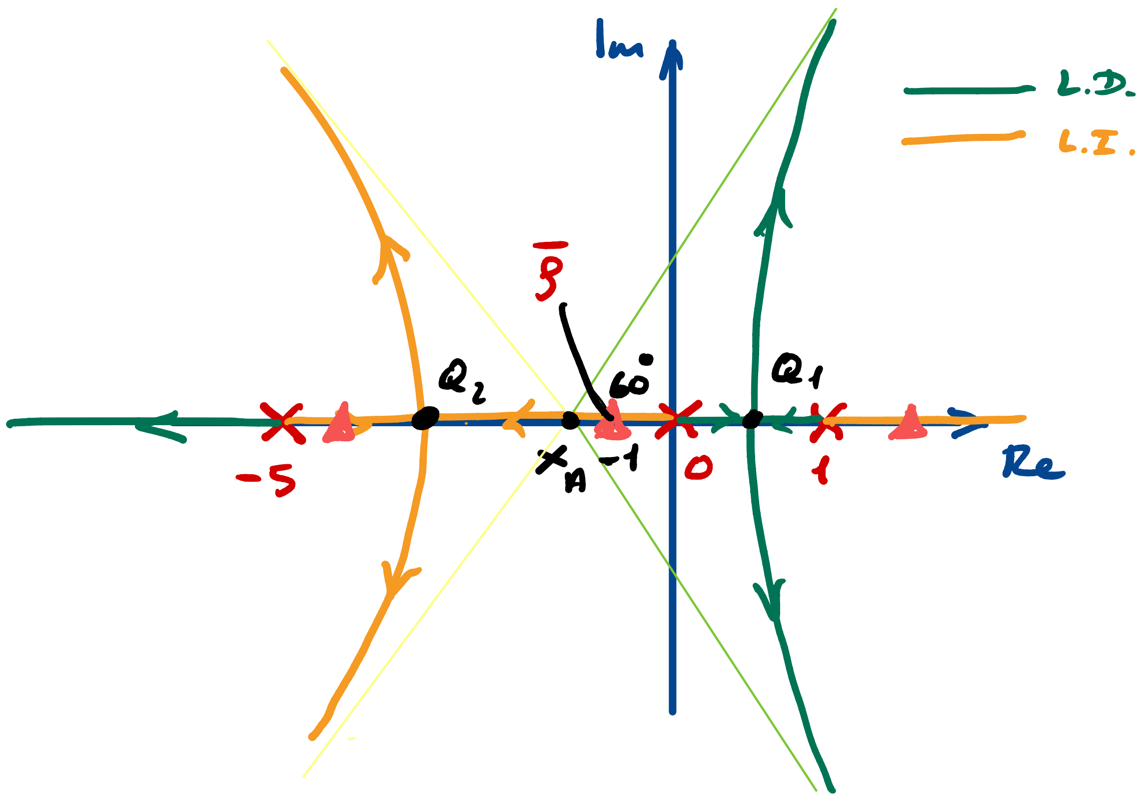
**1.1)** Dopo aver tracciato l'andamento qualitativo del luogo dei poli in anello chiuso al variare del parametro $\mu_R$ da $-\infty$ a $+\infty$, mostrare che non esistono valori di $\mu_R$ che garantiscono l'asintotica stabilità.

**1.2)** Determinare il valore di $\mu_R$ per cui uno dei poli in anello chiuso vale $s = -1$. In corrispondenza dello stesso valore di $\mu_R$ valutare poi la posizione degli altri due poli.

**1.3)** Determinare gli eventuali valori di $\mu_R$ per cui il sistema in anello chiuso possiede poli reali coincidenti.

1.1) $L(s) = \frac{-20\mu_R}{s(s+5)(s-1)}$ $\rho$

$x_A = x_B = -\frac{4}{3}$




È EVIDENTE CHE NON ESISTONO VALORI DI $\rho$ PER CUI TUTTI I RAMI SONO NEL SEMIPIANO SINISTRO $\Rightarrow \nexists\, \mu_R$ CHE GARANTISCE L'ASINTOTICA STABILITÀ

1.2) IL VALORE DI $\bar{\rho}$ IN CORRISPONDENZA DI $s=-1$ (SUL LUOGO INVERSO) SI RICAVA CON LA REGOLA DELLA PUNTEGGIATURA:

$$|\bar{\rho}| = \frac{8}{1} = 8 \qquad \bar{\rho} = -8 \Longrightarrow \bar{\mu}_R = -\frac{\bar{\rho}}{20} = 0.4$$

CON $\bar{\rho} = -8$ SI OTTIENE:

$$\varphi_{AC}(s) = s^3 + 4s^2 - 5s - 8 = \underbrace{(s+1)}_{s_1=-1}\underbrace{(s^2+3s-8)}_{s_{2,3}}$$

GLI ALTRI 2 POLI SONO: $s_{2,3} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{41}}{2} \simeq \begin{cases} 1.7 \\ -4.7 \end{cases}$

- I 3 POLI CORRISPOND AI TRIANGOLI ▲ SUL LUOGO

1.3) IL SISTEMA IN A.C. POSSIEDE POLI REALI COINCIDENTI IN CORRISPONDENZA DEI PUNTI $Q_1$ E $Q_2$ DI INCROCIO.

$$\gamma(x) = -(x^3 + 4x^2 - 5x)$$

$$\gamma'(x) = -3x^2 - 8x + 5 = 0$$

$$\Longrightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{31}}{-3} \simeq \begin{cases} 0.52 & Q_1 \\ -3.19 & Q_2 \end{cases}$$

- CON LA REGOLA DELLA PUNTEGGIATURA:

$$\begin{aligned} \rho_1 &\simeq 1.38 \\ \rho_2 &\simeq -24.2 \end{aligned} \Longrightarrow \begin{aligned} \mu_1 &\simeq -0.07 \\ \mu_2 &\simeq 1.21 \end{aligned}$$

## ESERCIZIO 2

Per un processo da controllare descritto dalle equazioni:

$$\dot{x}(t) = -2x(t) + 10u(t) + 6d(t)$$
$$y(t) = x(t)$$

dove $u(t)$ è la variabile di controllo e $d(t)$ è un disturbo, è stato progettato il regolatore a tempo continuo

$$R^{\circ}(s) = \frac{0.1(1+0.5s)}{s} \,.$$

Supponendo di voler ricavare una versione digitale di tale regolatore, si risponda alle seguenti domande.

**2.1)** Tra i seguenti valori del periodo di campionamento (e mantenimento) si scelga, spiegandone i motivi, quello più indicato da utilizzare per i convertitori A/D e D/A:

[a] $T = 0.1$ , [b] $T = 0.4$ , [c] $T = 2$ , [d] $T = 4$

**2.2)** Utilizzando il metodo di Tustin, determinare l'algoritmo di controllo che approssima il comportamento del regolatore a tempo continuo $R^{\circ}(s)$.

**2.3)** Valutare, anche approssimativamente, le prestazioni del sistema di controllo digitale progettato in termini di margine di fase, tempo di assestamento, attenuazione del disturbo $d(t) = \text{sen}(0.1\text{t})$.

2.1) $G(s) = \frac{10}{s+2}$ $L(s) = R(s)G(s) = \frac{0.5}{s}$ $\Longrightarrow$ $\omega_c = 0.5$ $(\varphi_m = 90^{\circ})$

$$\frac{2\pi}{50\omega_c} < T < \frac{2\pi}{5\omega_c}$$

$$0.25 < T < 2.5 \Longrightarrow$$

È BENE SCEGLIERE UN VALORE VICINO ALL'ESTREMO INFERIORE

$\Downarrow$

$T = 0.4$

2.2) $R^*(z) = R^{\circ}\left(s\frac{z-1}{z+1}\right) = \dots$

$$= \frac{0.07z - 0.03}{z-1}$$

- ALGORITMO DI CONTROLLO:

$$u^*(k) = u^*(k-1) + 0.07e^*(k) - 0.03e^*(k-1)$$

2.3) SI PUÒ RITENERE $\omega_c^* \simeq \omega_c = 0.5$

$$\boxed{\varphi_m^* = \varphi_m - \Delta\varphi_m \simeq 50^\circ - \omega_c \frac{T}{2} \frac{180^\circ}{\pi} \simeq 84^\circ}$$

- POICHÉ $\varphi_m^* > 75^\circ$ SI HA:

$$\boxed{t_a^* \simeq t_a \simeq \frac{5}{\omega_c} = 10}$$

- ANCHE L'ATTENUAZIONE DEL DISTURBO SARÀ SIMILE A QUELLA OTTENIBILE CON IL REGOLATORE ANALOGICO.

$$\tilde{G}_{yd}(s) \simeq G_{yd}(s) = H(s)\,S(s) = \frac{6}{s+2} \cdot \frac{1}{1+L(s)} =$$

$$= \frac{6}{s+2} \cdot \frac{s}{s+0.5}$$

$$|H(j0.1)| \simeq 3$$

$$|S(j0.1)| \simeq \frac{1}{|L(j0.1)|} = \frac{1}{5}$$ ($\simeq -14\,dB$ DAL D. DI BODE)

ATTENUAZIONE DOVUTA AL SIST. DI CONTROLLO

$$\boxed{|G_{yd}(j0.1)| = \frac{6 \cdot 0.1}{|j0.1+2| \cdot |j0.1+0.5|} \simeq 0.6}$$

**ESERCIZIO 3**

Si consideri il sistema MIMO descritto dalla seguente matrice di trasferimento:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{-1}{s} \\ \frac{2}{1+s} & 0 \end{bmatrix}$$

**3.1)** Progettare un disaccoppiatore.

**3.2)** Disegnare lo schema a blocchi dettagliato del sistema disaccoppiato, spiegando poi come potrebbero essere tarati i due regolatori per avere, per entrambi gli anelli, errore a regime nullo in risposta a un riferimento a scalino e un margine di fase maggiore di 75°.

3.1) OCCORRE SCAMBIARE GLI INGRESSI:

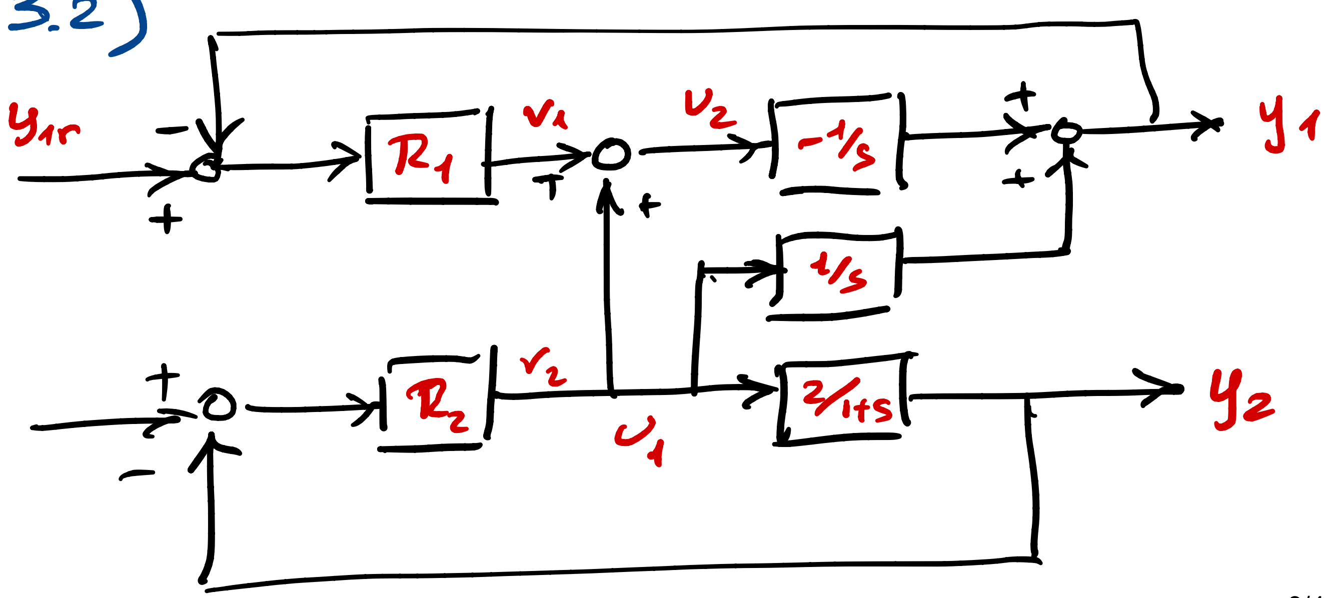
$$\bar{G}(s) = \begin{bmatrix} -1/s & 1/s \\ 0 & 2/1+s \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{\Delta}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- SCAMBIANDO LE RIGHE: $\Delta(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

- VERIFICA: $G'(s) = G(s)\Delta(s) = \begin{bmatrix} -1/s & 0 \\ 0 & \frac{2}{1+s} \end{bmatrix}$

DIAGONALE

3.2)



- PER IL PROGETTO:

$R_1(s)$ PROGETTATO SU $G_{12}(s) = -\frac{1}{s}$

$R_2(s)$ PROGETTATO SU $G_{21}(s) = \frac{2}{1+s}$

- PER ESEMPIO:

$$R_1(s) = -\mu_1 \quad , \mu_1 > 0$$

$$R_2(s) = \frac{\mu_2}{s}(1+s) \quad , \mu_2 > 0$$

- IN MODO DA AVERE:

$$\left.\begin{aligned} L_1(s) &= \frac{\mu_1}{s} \\ L_2(s) &= \frac{2\mu_2}{s} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow$$

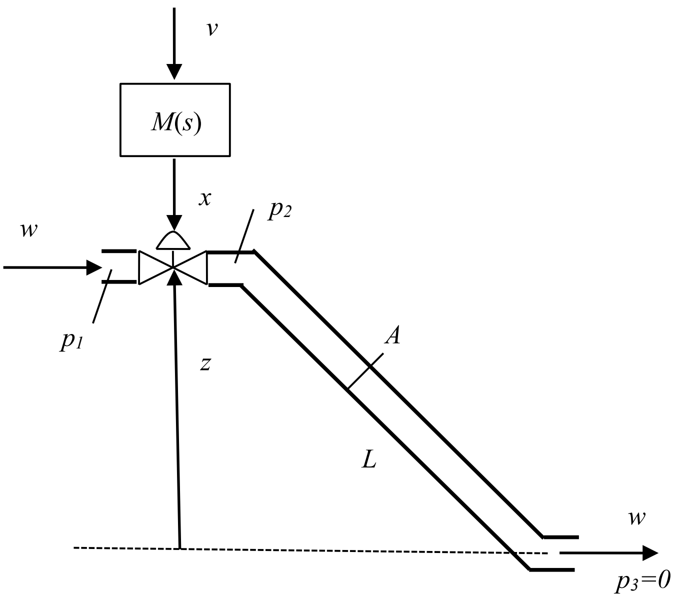
PER ENTRAMBI

$e(\infty) = 0$

$\varphi_m = 90°$

## ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema idraulico mostrato in figura. La valvola è lineare, con parametri $k$ e $A_v$, ed è manovrabile attraverso un attuatore descritto dalla funzione di trasferimento $M(s) = \mu/(1 + s\tau)$ tra la tensione $v(t)$ applicata al motore e la posizione $x(t) \in [0,1]$ dello stelo della valvola. La valvola si trova alla quota $z$. La variabile da controllare è la portata $w(t)$ nella condotta. La pressione $p_1(t)$ in ingresso alla valvola è da considerare come un disturbo. La condotta ha lunghezza $L$ e una sezione di area $A$. All'interno della condotta il liquido è soggetto ad attrito. Si indichi con $\rho$ la densità del liquido, con $g$ l'accelerazione di gravità e con $p_3 = 0$ la pressione allo scarico.




**4.1)** Ricavare il modello dinamico nonlineare del sistema avente come ingressi $x(t)$ e $p_1(t)$ e come uscita $w(t)$.

**4.2)** Calcolare in funzione dei parametri fisici i coefficienti del seguente modello linearizzato nell'intorno di un dato equilibrio:

$$\delta\dot{w}(t) = -\alpha\delta w(t) + \beta\delta x(t) + \gamma\delta p_1(t)$$

**4.3)** Disegnare lo schema a blocchi di uno schema di controllo in anello chiuso per il sistema in esame (che includa anche la dinamica dell'attuatore), discutendo brevemente i potenziali vantaggi dell'uso di uno schema in cascata.

4.1) $\dot{w} = -\frac{\rho A g}{L}\left(0 - z - \frac{p_2}{\rho g}\right) - \bar{f} w^2$ CONDOTTA

VALVOLA

$$p_2 = p_1 - \frac{w^2}{(kA_v x)^2 \rho}$$

$$\dot{w} = -\left(\frac{A}{L(kA_v x)^2 \rho} + \bar{f}\right) w^2 + \frac{A}{L} p_1 + \frac{\rho A g}{L} z$$

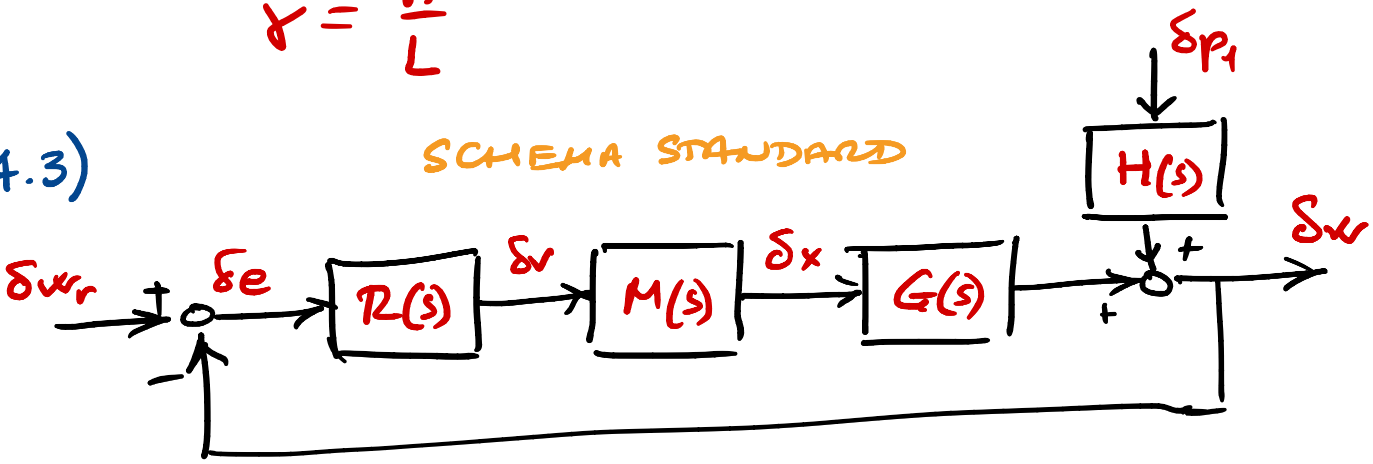
4.2)

$$\alpha = 2\bar{w}\left(\frac{A}{L(kA_v\bar{x})^2\rho} + \bar{f}\right)$$

$$\beta = \frac{2A\bar{w}^2}{Lk^2A_v^2\bar{x}^3\rho}$$

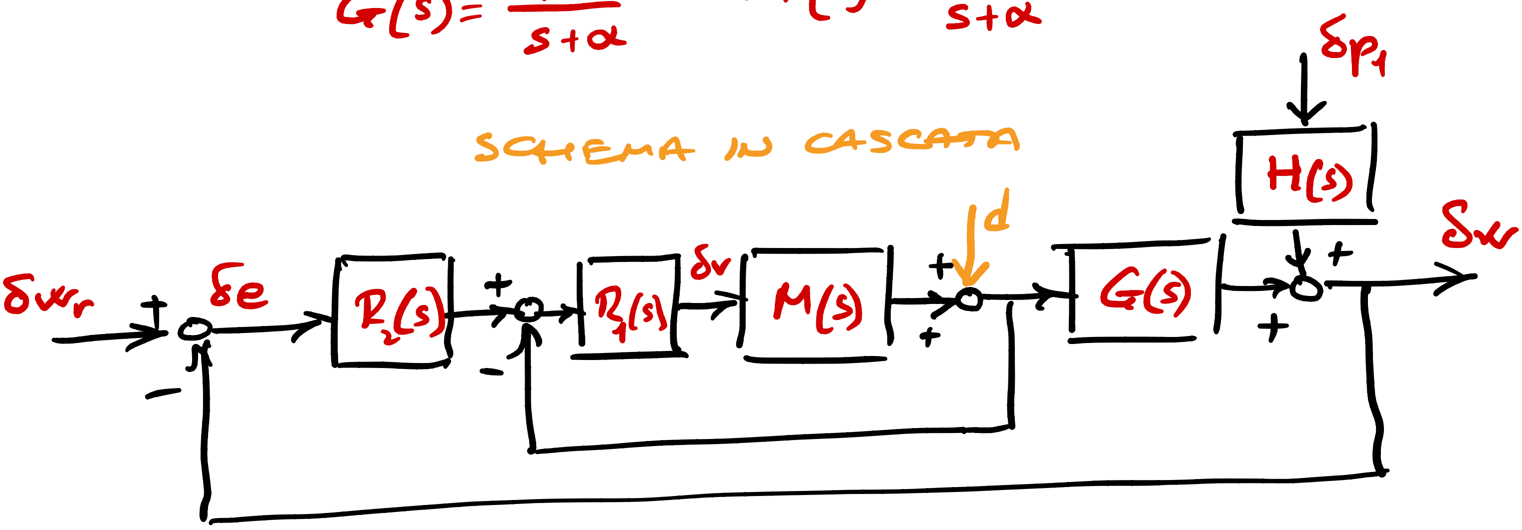
$$\gamma = \frac{A}{L}$$

4.3) SCHEMA STANDARD




$$G(s) = \frac{\beta}{s+\alpha} \qquad H(s) = \frac{\gamma}{s+\alpha}$$

SCHEMA IN CASCATA




- POTENZIALI VANTAGGI: MIGLIORE ATTENUAZIONE DI DISTURBI d AD ALTA FREQUENZA SULL'ATTUATORE.