ESERCIZIO 1

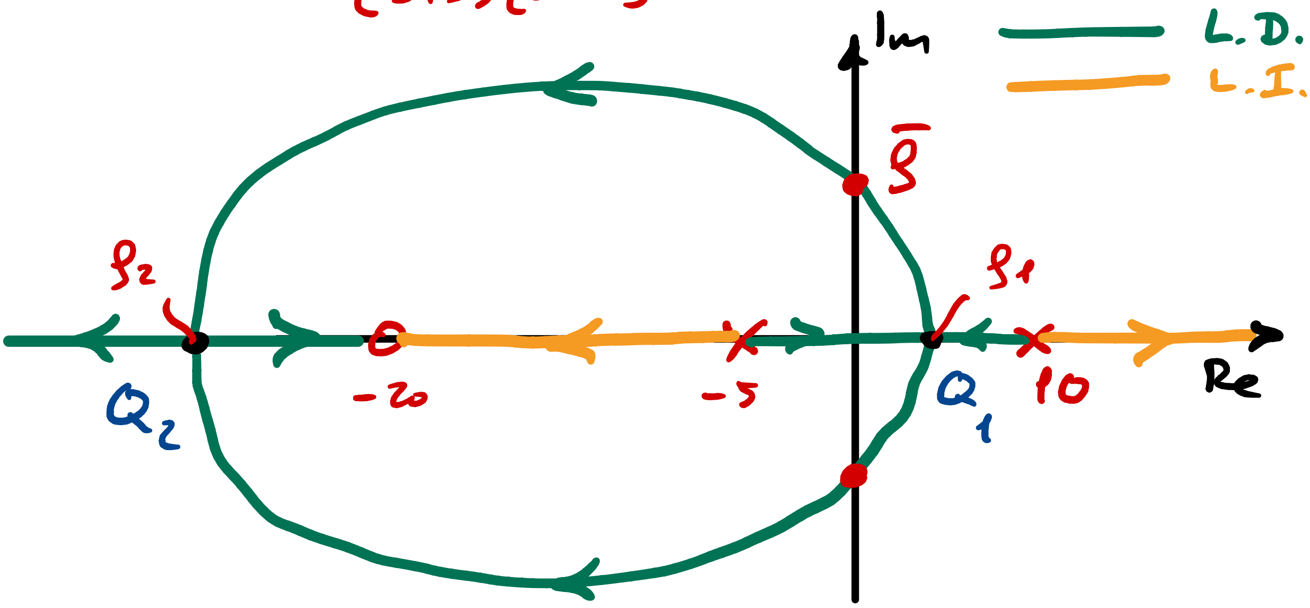
Si consideri un sistema di controllo in anello chiuso con funzione di trasferimento d'anello:

$$L(s) = \frac{\rho(s+20)}{s(s-5)-50}$$

1.1) Disegnare l'andamento qualitativo del corrispondente luogo delle radici (diretto e inverso). In particolare, si valuti in modo preciso la posizione dei punti di incrocio dei rami sull'asse reale.

1.2) Verificare mediante il luogo delle radici che, per valori sufficientemente elevati di ρ, è possibile ottenere un sistema asintoticamente stabile. Determinare inoltre il limite inferiore di ρ per cui l'asintotica stabilità è garantita.

1.1) $$L(s) = \frac{\rho(s+20)}{(s+5)(s-10)}$$



- PER TROVARE Q_1 E Q_2:

$$\gamma(x) = -\frac{x^2-5x-50}{x+20}$$

$$\gamma'(x) = -\frac{x^2+40x-50}{(x+20)^2} = 0$$

$$\Longrightarrow \quad x_{1,2} = -20 \pm \sqrt{450} \simeq \begin{cases} 1.21 & Q_1 \\ -41.21 & Q_2 \end{cases}$$

1.2)

AS. STAB. $\iff \rho > \bar{\rho}$

$\rho_1 \simeq 2.57$

$\rho_2 \simeq 87.43$

$\rho_1 < \bar{\rho} < \rho_2$

- PER TROVARE $\bar{\rho}$:

$$\varphi_{AC}(s) = s^2 + (\rho-5)s + (20\rho - 50)$$

$$\varphi_{AC}(j\omega) = 0 \implies -\omega^2 + j(\rho-5)\omega + 20\rho - 50 = 0$$

$$\begin{cases} 20\rho - 50 - \omega^2 = 0 \\ (\rho-5)\omega = 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\rho = 5 = \bar{\rho}$$
$$\omega = \sqrt{50}$$

- OPPURE (CON CARTESIO)

AS. STAB. $\iff \begin{cases} \rho - 5 > 0 \\ 20\rho - 50 > 0 \end{cases} \iff \rho > \bar{\rho} = 5$

ESERCIZIO 2

La rappresentazione a segnali campionati, con periodo di campionamento $T = 0.7$, di un sistema a tempo continuo descritto dalla funzione di trasferimento $G(s)$ sia data da:

$$G^*(z) = \frac{2(z+3)}{z-0.5}$$

2.1) Calcolare il guadagno statico e il polo della funzione di trasferimento $G(s)$ originaria. Calcolare anche il limite di $G(j\omega)$ per ω tendente all'infinito.

2.2) Si supponga ora di voler progettare per il sistema in esame un regolatore digitale, utilizzando il metodo di Ragazzini (o di assegnamento del modello). L'obiettivo sia quello di ottenere una funzione $F(z)$ (sensitività complementare) di tipo FIR, strettamente propria, e tale che l'errore a transitorio esaurito in risposta a uno scalino del riferimento sia nullo.

L'algoritmo di controllo sia il seguente:

$$u^*(k) = au^*(k-1) + bu^*(k-2) + ce^*(k-1) + de^*(k-2)$$

Determinare i valori dei coefficienti a, b, c, d che compaiono nell'algoritmo.

2.1) - GUADAGNO STATICO $\mu = \mu^* = G^*(1) = 16$

- POLO $s = \frac{1}{T} \ln z = \frac{1}{0.7} \ln 0.5 \simeq -0.99$

$G(j\infty) = G^*(\infty) = 2$ (IL SISTEMA NON È STRETTAMENTE PROPRIO)

2.2) $F(z) = \frac{g(z+3)}{z^2} = \frac{B(z)}{A(z)}$

$A(1) = B(1) \implies g = \frac{1}{4}$

$R^*(z) = \frac{1}{G^*(z)} \frac{B(z)}{A(z) - B(z)} = \frac{1}{8} \frac{z - 1/2}{(z-1)(z+3/4)}$

$u^*(k) = \frac{1}{4} u^*(k-1) + \frac{3}{4} u^*(k-2) + \frac{1}{8}\left(e^*(k-1) - \frac{1}{2} e^*(k-2)\right)$

$a = \frac{1}{4}, \; b = \frac{3}{4}, \; c = \frac{1}{8}, \; d = -\frac{1}{16}$

ESERCIZIO 3

Si debba realizzare un sistema di controllo decentralizzato per il processo MIMO descritto dalla seguente matrice di trasferimento:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{4}{1+s}e^{-2s} & 2 \\ -1 & \frac{1}{1+s} \end{bmatrix}$$

3.1) Mediante il metodo RGA, scegliere i migliori accoppiamenti ingresso/uscita.

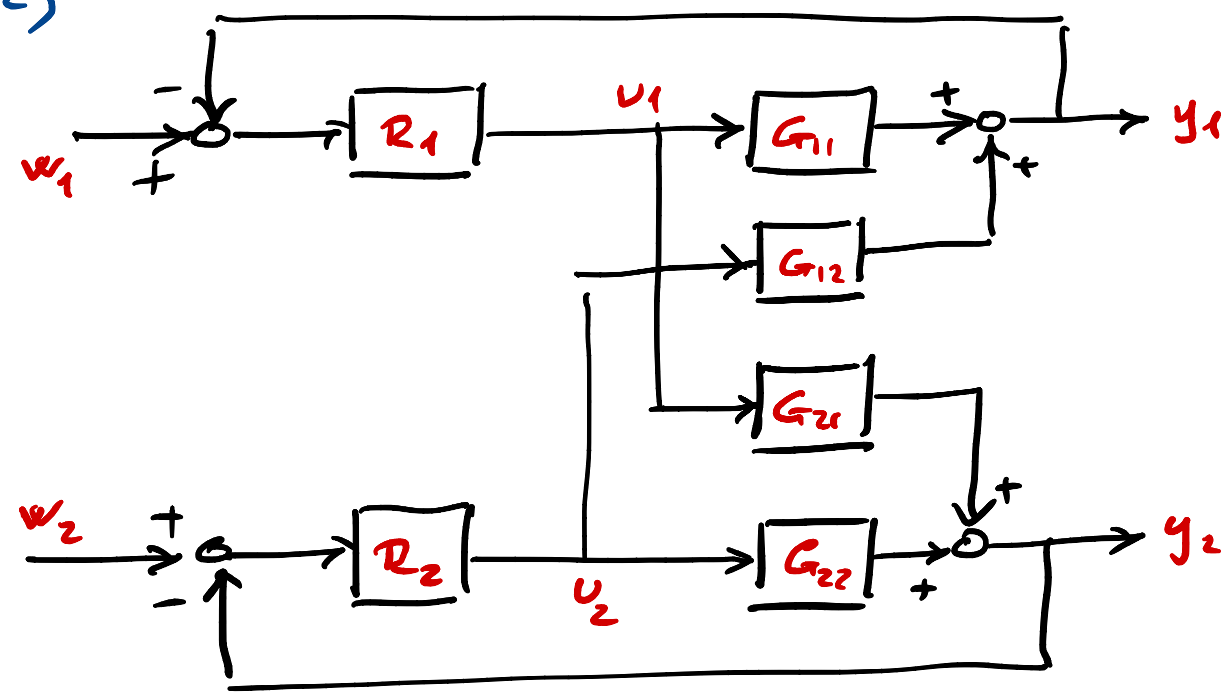
3.2) Disegnare lo schema a blocchi dettagliato del sistema di controllo, basato su due regolatori $R_1(s)$ e $R_2(s)$ che operano in modo decentralizzato per regolare le due uscite y_1 e y_2 .

3.3) Impostare il progetto dei due regolatori $R_1(s)$ e $R_2(s)$ secondo il metodo "sequenziale", utilizzando, per migliorare le prestazioni laddove possibile, lo schema a predittore di Smith (non è richiesta la taratura dei regolatori, ma solo la descrizione delle fasi in cui si articola il progetto).

ACCOPPIAMENTI MIGLIORI

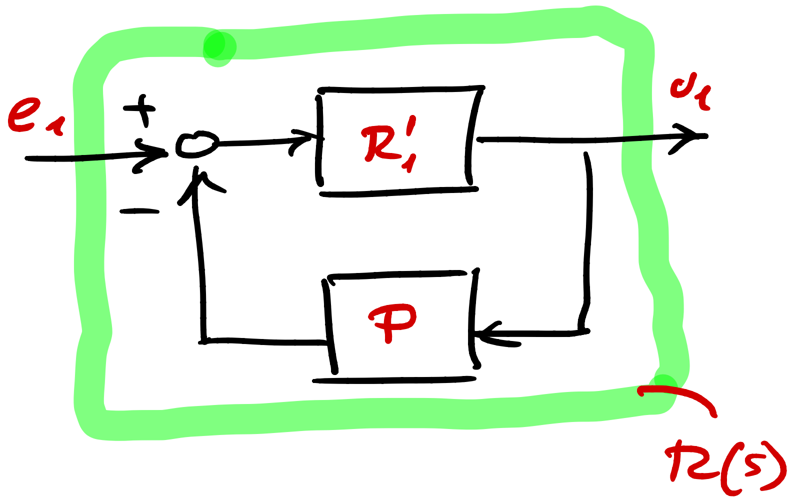
3.1) $G(0) = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $\lambda = \frac{2}{3} \Rightarrow \{u_1, y_1\}, \{u_2, y_2\}$

3.2)



3.3)

$R_1(s)$ PROGETTATO SU $G_{11}(s) = \frac{4}{1+s} e^{-2s}$



$R'(s)$ PROGETTATO SU $G_{11}'(s) = \frac{4}{1+S}$

P.E. $R'(s) = \mu_1 \frac{1+s}{s}$

$P(s) = G_{11}'(s)\left(1 - e^{-2s}\right)$

$R_2(s)$ PROGETTATO SU

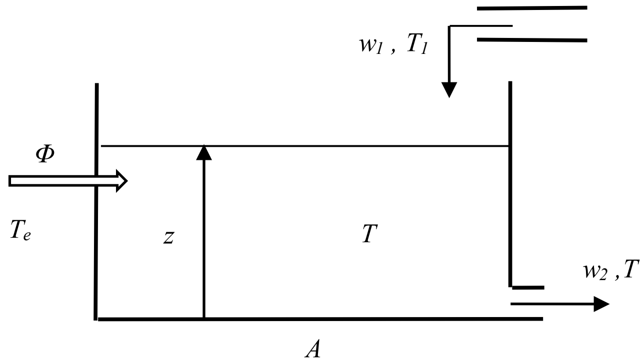
$$G_{22}^{*}(s) = \frac{1}{1+s} + \frac{2R_1(s)}{1+R_1(s)G_{11}(s)}$$

ESERCIZIO 4

Si consideri il processo termo-idraulico mostrato in figura. Si desidera controllare la temperatura $T(t)$ del liquido nel serbatoio, usando come variabile manipolabile la portata di afflusso $w_1(t)$. La temperatura T_1 in ingresso e la portata di scarico w_2 sono mantenute costanti. La temperatura $T_e(t)$ dell'ambiente esterno va invece considerata come un disturbo. Si supponga che il liquido sia ben miscelato. La potenza termica $\Phi(t)$ scambiata con l'ambiente attraverso le pareti del serbatoio sia descritta dalla seguente formula:

$$\Phi(t) = k(A + A_l(z(t)))(T_e(t) - T(t))$$

dove k è il coefficiente di scambio termico per unità di superficie, $A = \pi R^2$ è l'area di base del serbatoio (cilindrico), R è il raggio, $A_l(z(t)) = 2\pi R z(t)$ è l'area della superficie laterale interna bagnata dal liquido, e $z(t)$ è il livello di liquido all'interno del serbatoio. Si indichi con ρ la densità del liquido e con c il suo calore specifico.



4.1) Ricavare il modello dinamico nonlineare del sistema.

4.2) Calcolare in funzione dei parametri fisici i coefficienti del seguente modello linearizzato nell'intorno di un dato equilibrio:

$$\delta\dot{z}(t) = \alpha\delta w_1(t)$$
$$\delta\dot{T}(t) = \beta_1\delta z(t) + \beta_2\delta T(t) + \gamma_1\delta w_1(t) + \gamma_2\delta T_e(t)$$

4.3) Sul modello linearizzato, calcolare le due funzioni di trasferimento $G(s)$ e $H(s)$ tra le due variabili di ingresso e l'uscita $\delta T(t)$ da controllare.

4.4) Valutare la possibilità di compensare in anello aperto il disturbo $\delta T_e(t)$. Disegnare il corrispondente schema a blocchi.

4.1) $\dot{z}(t) = \frac{1}{\rho A}\left(w_1(t) - w_2\right)$

$$\dot{T}(t) = \frac{1}{c\rho A z(t)}\Big(c w_1(t)(T_1 - T(t)) + k(A + 2\pi R z(t))(T_e(t) - T(t))\Big)$$

4.2)

$$\alpha = \frac{1}{\rho A}$$

$$\beta_1 = -\frac{1}{c\rho A \bar{z}^2}\Big(\overbrace{c\bar{w}_1(T_1-\bar{T}) + k(A+2\pi R\bar{z})(\bar{T}_e-\bar{T})}^{=0}\Big) +$$

$$+\frac{1}{c\rho A\bar{z}}2\pi R k(\bar{T}_e-\bar{T}) = \frac{2\pi R k}{c\rho A\bar{z}}(\bar{T}_e-\bar{T})$$

$$\beta_2 = -\frac{\bar{w}_1}{\rho A\bar{z}} - \frac{k}{c\rho A\bar{z}}(A+2\pi R\bar{z})$$

$$\gamma_1 = \frac{T_1-\bar{T}}{\rho A\bar{z}}, \quad \gamma_2 = \frac{k(A+2\pi R\bar{z})}{c\rho A\bar{z}}$$

4.3)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \alpha \\ \gamma_1 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma_2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G(s) = C(sI-A)^{-1}B_1 = \frac{\alpha\beta_1 + \gamma_1 s}{s(s-\beta_2)}$$

$$H(s) = C(sI-A)^{-1}B_2 = \frac{\gamma_2}{s-\beta_2}$$

4.4)

$$C(s) = -\frac{H(s)}{G(s)} = -\frac{\gamma_2 s}{\alpha\beta_1 + \gamma_1 s}$$