ESERCIZIO 1

Si consideri un sistema a tempo continuo retroazionato (con retroazione negativa) la cui funzione d'anello è

$$L(s) = \frac{\rho(s+1)}{(s-1)(s^2+4s+4)}$$

1.1) Mediante il tracciamento del luogo delle radici, determinare un valore del parametro ρ che renda asintoticamente stabile il sistema retroazionato.

1.2) Verificare il precedente risultato attraverso il criterio di Routh.

1.3) Sempre basandosi sul luogo delle radici determinare qual è, al variare di ρ, il minimo valore ottenibile per il tempo di assestamento del sistema retroazionato.

1.4) Si consideri ora un sistema a tempo discreto retroazionato (con retroazione negativa) la cui funzione d'anello è identica alla precedente (con *z* al posto di *s*), cioè

$$L(z) = \frac{\rho(z+1)}{(z-1)(z^2+4z+4)}$$

Mediante il luogo delle radici dire se esiste almeno un valore di ρ per cui il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema descritto dalla rappresentazione di stato

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned} \quad , \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad , \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2.1) Determinare un controllore a retroazione dello stato del tipo $u(t) = Kx(t)$ in modo che gli autovalori del sistema retroazionato siano $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = -2$.

2.2) Supponendo ora che lo stato non sia direttamente misurabile, si disegni lo schema concettuale del controllo ad assegnamento degli autovalori con retroazione dall'uscita, spiegando in particolare il ruolo dell'osservatore asintotico.

2.3) Supponendo di utilizzare per il sistema in esame l'osservatore asintotico descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + H\left(\hat{y}(t) - y(t)\right) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned} \quad , \quad H = \begin{bmatrix} -6 \\ -5 \end{bmatrix}$$

e la legge di controllo $u(t) = K\hat{x}(t)$ (con il valore di *K* calcolato al punto 2.1), determinare gli autovalori del sistema di controllo complessivo.

ESERCIZIO 3

Si consideri il segnale a tempo discreto

$$f^*(k) = imp^*(k-2) + \left(\frac{1}{2}\right)^k \quad , \quad k \geq 0$$

3.1) Calcolare la trasformata Zeta del segnale.

3.2) A partire dalla trasformata Zeta e utilizzando il metodo della divisione di polinomi verificare i primi valori (fino a $k = 3$) del segnale $f^*(k)$.

3.3) Scrivere l'espressione dello spettro del segnale $f^*(k)$ e valutarlo in corrispondenza della pulsazione discreta $\vartheta = \frac{\pi}{2}$.

3.4) Si supponga ora che il segnale $f^*(k)$ sia posto in ingresso a un mantenitore di ordine zero (ZOH) che opera con periodo di mantenimento $T = 1$ e offset di mantenimento $\tau = 0.5$. Disegnare l'andamento a tempo continuo dell'uscita del mantenitore.

ESERCIZIO 4

4.1) Disegnare lo schema a blocchi generale di un sistema di controllo digitale, spiegando brevemente il significato dei singoli sottosistemi. Si includa nello schema anche un disturbo $d(t)$ che agisce sulla variabile controllata $y(t)$.

4.2) Spiegare in generale in cosa consiste il metodo di progetto di un controllore digitale mediante discretizzazione di un controllore analogico.

4.3) Supponendo di utilizzare il periodo di campionamento $T = 0.1$, ricavare un controllore digitale che discretizza il controllore analogico $R°(s) = \dfrac{s+0.5}{s+5}$.

4.4) Immaginando di utilizzare nello schema descritto al punto 4.1 il regolatore digitale progettato al punto 4.3, spiegare come si potrebbe calcolare (in modo approssimato) l'effetto di un disturbo $d(t)$ sinusoidale sulla variabile controllata $y(t)$.