ESERCIZIO 1

Si consideri un un sistema retroazionato negativamente avente funzione d'anello

$$L(s) = \frac{\mu(1+s)(1+0.2s)}{(1+0.5s)(1+0.1s)(1-0.5s)}$$

1.1) Si tracci il *luogo delle radici* (diretto e inverso) associato al sistema.

1.2) In base al luogo delle radici si discuta per quali valori della costante μ il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

1.3) Si dica se esistono valori della costante μ per cui il sistema retroazionato presenta un comportamento oscillante quando viene perturbato da un disturbo a scalino. Nel caso di risposta affermativa, calcolare tali valori.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema descritto da

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 u(t) + B_2 d(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned} \qquad A = \begin{bmatrix} -20 & -12 \\ 20 & 11 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

dove u è l'ingresso manipolabile e d è un disturbo.

2.1) Verificare che, attraverso una retroazione del tipo $u(t) = Kx(t) + v(t)$, è possibile assegnare arbitrariamente gli autovalori del sistema in anello chiuso.

2.2) Progettare K in modo che il sistema in anello chiuso abbia due autovalori in -5 e -6.

2.3) A valle del progetto precedente si calcolino le funzioni di trasferimento risultanti tra gli ingressi v e d e l'uscita y.

2.4) Supponendo ora di poter misurare anche il disturbo d, si progetti un compensatore statico in anello aperto del tipo $v(t) = \rho d(t)$ in modo che risulti nullo l'effetto a transitorio esaurito sull'uscita y di un qualunque disturbo costante d.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema a tempo discreto descritto dalle equazioni

$$
\begin{aligned}
x_1(k+1) &= -x_2(k) + \alpha x_1(k) x_2(k) \\
x_2(k+1) &= 0.5 x_1(k) + u(k) \\
y(k) &= x_2(k)
\end{aligned}
$$

3.1) Ponendo dapprima $\alpha = 1$, calcolare tutti gli stati di equilibrio corrispondenti a un ingresso nullo e studiarne la stabilità.

3.2) Ponendo ora $\alpha = 0$, calcolare la funzione di trasferimento tra u e y.

3.3) Dalla funzione di trasferimento calcolare i primi valori della risposta del sistema a un impulso unitario e verificare che tale risposta si annulla in tutti gli istanti di tempo pari.

3.4) Dopo aver spiegato cosa si intende in generale per risposta in frequenza di un sistema lineare a tempo discreto, scriverne l'espressione nel caso in esame.

ESERCIZIO 4

4.1) Mediante il metodo della trasformazione bilineare (dipendente dal parametro α, con $0 \le \alpha \le 1$) si determini un regolatore digitale, che operi a una generica frequenza di campionamento $f = 1/T$, "equivalente" al regolatore analogico descritto da

$$R(s) = \frac{0.1}{s}$$

4.2) Con riferimento al regolatore digitale così determinato, esplicitare la legge di controllo nel dominio del tempo che esprime il legame tra la variabile di controllo $u^*(k)$ e l'errore $e^*(k)$.

4.3) Tra tutti i valori di α ammissibili, si determini quello per cui il regolatore digitale risultante è strettamente proprio. Spiegare anche come questa proprietà si rifletta sull'algoritmo di controllo.

4.4) Spiegare sulla base di quali considerazioni andrebbe scelta la frequenza di campionamento *f*.