ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema di controllo mostrato in Fig. 1

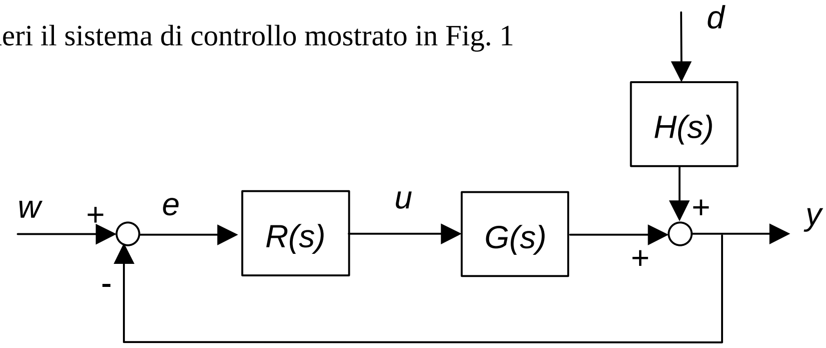


Fig. 1

dove $R(s) = 5$, $G(s) = \dfrac{2}{(1+s)(1+0.1s)}$, $H(s) = \dfrac{1}{1+0.1s}$

1.1) Valutare l'effetto sull'uscita *y* del disturbo $d(t) = \mathrm{sen}(4t)$ in anello aperto (cioè in assenza del regolatore *R*(*s*)) e in anello chiuso (cioè a regolatore *R*(*s*) inserito).

1.2) Supponendo ora che il disturbo *d* sia misurabile, completare lo schema con un compensatore in anello aperto che assicuri l'annullamento dell'effetto sull'uscita del disturbo $d(t) = \mathrm{sen}(4t)$.

1.3) Aggiungere allo schema un opportuno compensatore statico in feedforward del riferimento *w*.

1.4) Discutere i vantaggi del compensatore statico progettato al punto precedente, calcolando in particolare la funzione di trasferimento tra *w* e *y*.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema MIMO con ingressi $u_i, i = 1,2$ e uscite $y_i, i = 1,2$ descritto dalla matrice di trasferimento

$$G(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{20}{1+s} & \dfrac{-10}{(1+s)(1+2s)} \\ a & \dfrac{e^{-0.1s}}{1+2s} \end{bmatrix}$$

2.1) Supponendo inizialmente $a = 0$, si progetti un opportuno disaccoppiatore per il sistema in esame.

2.2) Si disegni lo schema a blocchi (espanso) del sistema disaccoppiato, ovvero del processo MIMO e del disaccoppiatore progettato al punto precedente.

2.3) Sul sistema disaccoppiato così ottenuto si progettino due regolatori PI che permettano di garantire su entrambe le variabili controllate un errore nullo a transitorio esaurito in presenza di riferimenti a scalino, una pulsazione critica $w_c > 2$ rad/s e un margine di fase $j_m > 70°$.

2.4) Si supponga ora $a > 0$ e si consideri per il sistema in esame uno schema di controllo decentralizzato. Usando il metodo della matrice dei guadagni relativi, valutare per quali valori del parametro a gli accoppiamenti ingresso-uscita $(u_1, y_1);(u_2, y_2)$ sono preferibili rispetto agli accoppiamenti $(u_1, y_2);(u_2, y_1)$.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema descritto dallo schema a blocchi di Fig. 2.

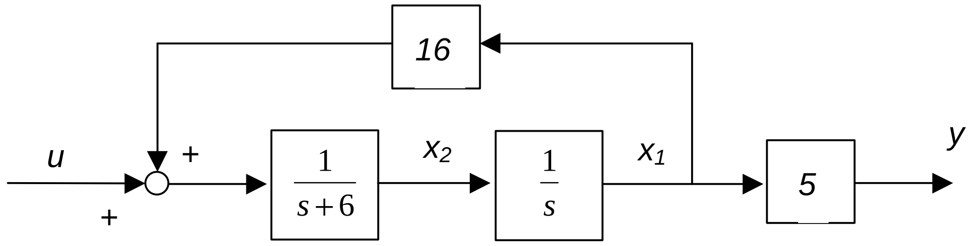


Fig. 2

3.1) Verificare che il sistema con ingresso *u* e uscita *y* è instabile.

3.2) Mediante il luogo delle radici verificare se il sistema può essere stabilizzato con una retroazione del tipo $u(t) = ky(t)$.

3.3) Ancora usando il luogo delle radici determinare *k* in modo che almeno uno dei poli in anello chiuso sia collocato in –3 .

3.4) Definendo il vettore di stato $x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]'$ con la notazione della Fig. 2, progettare un controllore $u(t) = Kx(t)$ in modo che entrambi i poli in anello chiuso siano collocati in –3 .

3.5) Commentare criticamente i risultati dei due punti precedenti, confrontando le leggi di controllo progettate.

ESERCIZIO 4

Con riferimento al progetto del sistema di controllo per un miscelatore, discusso nell'esercitazione di laboratorio, spiegare quali erano gli ingressi e le uscite e quali i principali disturbi agenti sul sistema. Spiegare poi il motivo per cui si è fatto riferimento ad un modello linearizzato, mettendo in luce brevemente anche i limiti di tale approssimazione.

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 1

1.1) In anello aperto l'ampiezza dell'effetto del disturbo sull'uscita è pari a

$$|H(j4)| = \frac{1}{|1+j0.4|} = \frac{1}{\sqrt{1.16}} \cong 0.93$$

In anello chiuso è pari a

$$|H_{ac}(j4)| = \frac{|H(j4)|}{|1+R(j4)G(j4)|}$$

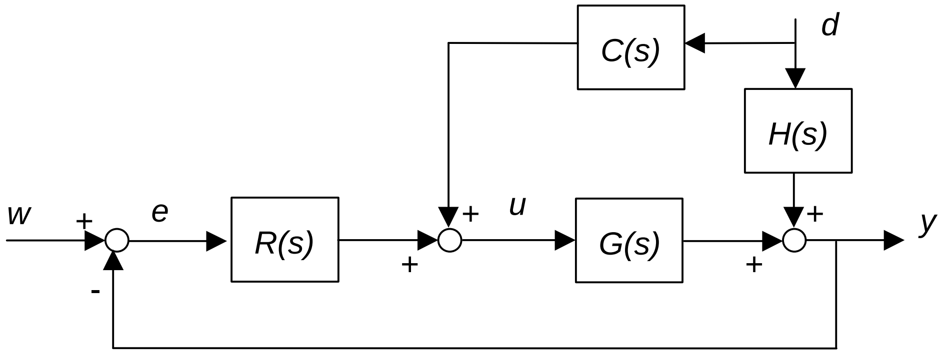
Poiché la pulsazione del disturbo è inferiore alla pulsazione critica si può ritenere in prima approssimazione

$$|1+R(j4)G(j4)| \cong |R(j4)G(j4)| = \frac{10}{|1+j4||1+j0.4|}$$

Pertanto risulta

$$|H_{ac}(j4)| \cong \frac{|1+j4|}{10} = \frac{\sqrt{17}}{10} \cong 0.41$$

1.2)



Il compensatore ideale sarebbe

$$C°(s) = -\frac{H(s)}{G(s)} = -0.5(1+s)$$

che però non è realizzabile. Occorre allora imporre

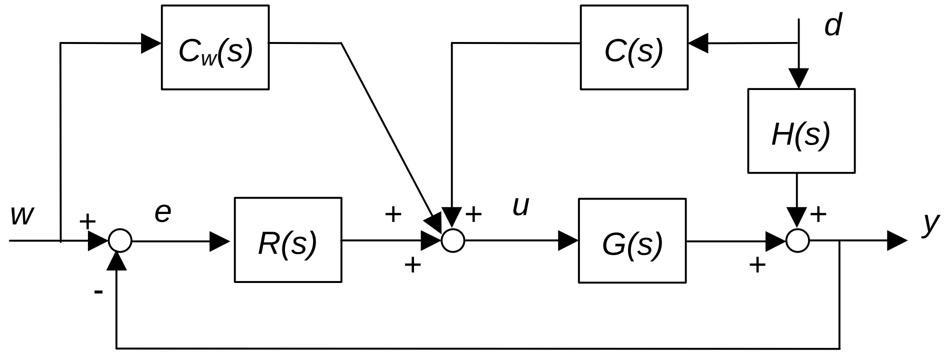
$$|C(j4)| = \frac{|H(j4)|}{|G(j4)|} = 0.5\sqrt{17} \cong 2.06$$

$$\arg C(j4) = -180° + \arg H(j4) - \arg G(j4) = -180° + \arctan(4) \cong -104°$$

Ad esempio può andare bene il compensatore

$$C(s) = \frac{5.43}{(1+0.32s)^2}$$

1.3)



La scelta migliore per il compensatore statico è

$$C_w(s) = \frac{1}{G(0)} = 0.5$$

1.4) La fdt tra *w* e *y* vale

$$F(s) = \frac{\left(R(s) + C_w(s)\right)G(s)}{1 + R(s)G(s)}$$

In particolare, risulta

$$F(0) = \begin{cases} 10/11 & \textit{senza compensatore} \\ 1 & \textit{con compensatore} \end{cases}$$

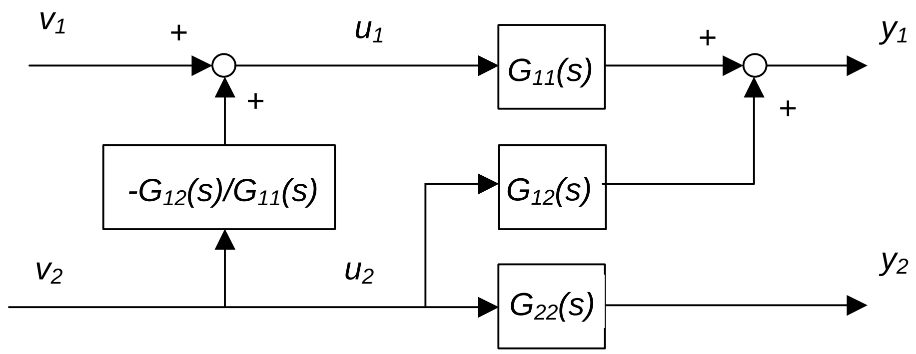
e quindi il compensatore migliora la precisione statica.

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 2

2.1) Un possibile disaccoppiatore è

$$\Delta(s) = \begin{bmatrix} 1 & -G_{12}(s)/G_{11}(s) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{1}{2(1+2s)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2)



2.3) Due possibili regolatori sono

$$R_1^{'}(s) = \frac{m_1(1+s)}{s} \quad , \quad m_1 > 0.1$$

$$R_2^{'}(s) = \frac{m_2(1+2s)}{s} \quad , \quad 2 < m_2 < 3.5$$

2.4) Risulta

$$l = \frac{20}{20+10a}$$

L'accoppiamento (u_1, y_1) ; (u_2, y_2) è preferibile se $l > 0.5$, cioè per $a < 2$.

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 3

3.1) Il sistema è instabile perché la funzione di trasferimento

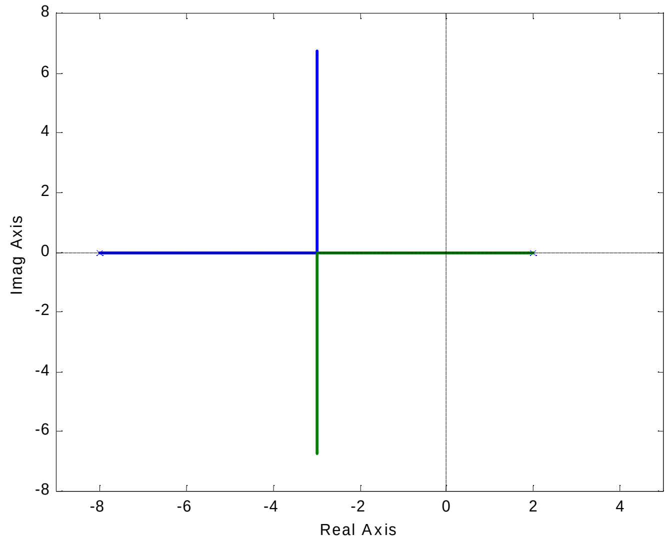
$$G(s) = \frac{5}{(s+8)(s-2)}$$

possiede un polo reale positivo.

3.2) Riconducendosi al caso di retroazione negativa, la funzione d'anello vale

$$L(s) = \frac{-5k}{(s+8)(s-2)}$$

Si ponga $r = -5k$ e si tracci il luogo delle radici diretto (quello inverso ha un ramo tutto contenuto nel semipiano destro).



Per r sufficientemente grande ($r > 16$) entrambi i rami giacciono nel semipiano sinistro. Quindi il sistema può essere stabilizzato prendendo $k < -16/5$.

3.3) Con la regola della punteggiatura si ottiene $\bar{r} = 25$ e quindi $\bar{k} = -5$.

3.4) Una realizzazione del sistema è

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 16 & -6 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad , \quad C = \begin{bmatrix} 5 & 0 \end{bmatrix}$$

Il sistema è già in forma canonica di controllo. Il polinomio caratteristico vale

$$j(s) = s^2 + 6s - 16 = s^2 + a_2 s + a_1$$

mentre il polinomio caratteristico desiderato è

$$j^\circ(s) = s^2 + 6s + 9 = s^2 + b_2 s + b_1$$

Si ricava quindi

$$K = \begin{bmatrix} a_1 - b_1 & a_2 - b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 & 0 \end{bmatrix}$$

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 4

Si veda la documentazione sul sito web relativa all'esercitazione di laboratorio.