

**ESERCIZIO 1**

Si consideri il seguente sistema lineare invariante a tempo discreto:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{a} \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 1]$$

- 1.1) Determinare per quali valori del parametro  $\mathbf{a}$  il sistema risulta asintoticamente stabile.
- 1.2) Verificare se esistono un ingresso costante  $\bar{u}$  e un valore di  $\mathbf{a}$  per cui il sistema può rimanere in equilibrio con la seconda variabile di stato diversa da zero ed uguale al triplo della prima.
- 1.3) Con  $\mathbf{a} = 1$  calcolare la funzione di trasferimento del sistema.
- 1.4) Sempre con  $\mathbf{a} = 1$  determinare i primi 4 valori ( $y(k), k = 0,1,2,3$ ) della risposta del sistema ad uno scalino unitario a partire da stato iniziale nullo.
- 1.5) Cosa si può dire del comportamento per  $k \rightarrow \infty$  di tale risposta allo scalino?

**ESERCIZIO 2**

- 2.1) Descrivere il legame nel dominio del tempo tra l'ingresso e l'uscita di un *mantenitore di ordine zero* (o *ZOH*) che opera con periodo di mantenimento pari a 10 millisecondi.
- 2.2) Descrivere il legame nel dominio delle trasformate tra l'ingresso e l'uscita di un *mantenitore di ordine zero* (o *ZOH*) che opera con periodo di mantenimento pari a 10 millisecondi.

**ESERCIZIO 3**

Si supponga di dover ricavare una versione digitale del regolatore analogico

$$R^\circ(s) = \frac{1000s + 10}{(50s + 1)^2}$$

usando un periodo di campionamento  $T = 1$ .

- 3.1) Determinare le funzioni di trasferimento dei 3 diversi regolatori digitali ottenuti con i metodi di *Tustin*, *Eulero in avanti* ed *Eulero all'indietro*, confrontandone poli, zeri e guadagno.
- 3.2) Spiegare in che modo si potrebbero confrontare questi regolatori digitali tra di loro (oltre che con il regolatore analogico di partenza) in termini di risposta in frequenza.