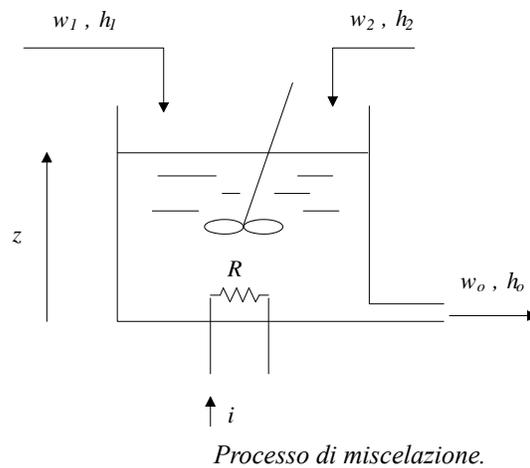


Capitolo 1

Controllo split-range di un miscelatore

In questo capitolo si considera un serbatoio in cui avviene un processo di miscelazione tra due fluidi a diversa temperatura e un processo di riscaldamento dovuto a calore fornito dall'esterno. Il processo considerato è mostrato nella Figura 1: due fluidi con portate w_1, w_2 , entalpie h_1, h_2 e temperature T_1, T_2 sono miscelati all'interno di un serbatoio. Al liquido all'interno del serbatoio viene anche fornito un flusso di calore $\phi = Ri^2$ per effetto Joule tramite una resistenza comandata in corrente. La portata di uscita è imposta ed è pari a w_0 .



1.1 Modello del sistema

Nel ricavare il modello dinamico del sistema, per semplicità si fanno le seguenti ipotesi:

- le pareti del serbatoio sono adiabatiche e sempre in equilibrio termico con il fluido all'interno del serbatoio;
- il fluido all'interno del serbatoio è perfettamente miscelato (l'entalpia all'interno è uguale a quella in uscita);
- si trascura il lavoro dovuto alla miscelazione;
- l'energia totale dipende essenzialmente dall'energia interna. Per comprendere il significato di questa ipotesi si osservi che, per esempio, in un miscelatore con livello nominale $20m$, e centro di gravità $z = 10m$, l'energia cinetica è circa zero, l'energia potenziale è $gz = 9.81 * 10J/kg$, mentre l'energia interna, supponendo che il liquido sia acqua alla temperatura di $20^\circ C$ e alla pressione di $1bar$, è di $83900J/kg$, cioè quasi di tre ordini di grandezza superiore. Questa differenza diventa ancor più significativa, sia per i liquidi

A. U. Thor

sia per i gas, all'aumentare della temperatura. Anche se nell'equazione di conservazione dell'energia compare la variazione dell'energia totale, anziché il suo valore assoluto, e pertanto si potrebbe avere (in via teorica) una variazione di energia potenziale senza una corrispondente variazione di energia interna, la differenza precedente è tale da giustificare l'ipotesi di associare l'energia totale (e le sue variazioni) unicamente all'energia interna (e alle sue variazioni).

Si osservi anche che, per quanto detto

$$h = e + \frac{p}{\rho} \simeq e$$

quindi si può ipotizzare

$$dh = cdT \simeq de$$

dove c è il calore specifico e T è la temperatura.

Definendo con m la massa di fluido all'interno del serbatoio, l'equazione di conservazione della massa è

$$\frac{dm(t)}{dt} = w_1(t) + w_2(t) - w_o(t)$$

mentre l'equazione di conservazione dell'energia ha la forma

$$\frac{dm(t)e(t)}{dt} = \Phi(t) + \Psi(t) + h_1(t)w_1(t) + h_2(t)w_2(t) - h(t)w_o(t)$$

cioè

$$m(t)\frac{de(t)}{dt} + e(t)\frac{dm(t)}{dt} = \Phi(t) + \Psi(t) + h_1(t)w_1(t) + h_2(t)w_2(t) - h(t)w_o(t)$$

che, combinata con la precedente, fornisce

$$m(t)\frac{de(t)}{dt} = \Phi(t) + \Psi(t) + w_1(t)(h_1(t) - e(t)) + w_2(t)(h_2(t) - e(t)) - w_o(t)(h(t) - e(t))$$

Il termine di potenza $\Psi(t)$ è dovuto all'espansione del liquido, ed è espresso da

$$\Psi(t) = -p_{aria} \frac{dV(t)}{dt} = -\frac{p_{aria}}{\rho} \frac{dm(t)}{dt} = -\frac{p_{aria}}{\rho} (w_1(t) + w_2(t) - w_o(t))$$

Combinando le equazioni precedenti si ha quindi

$$\begin{aligned} m(t)\frac{de(t)}{dt} &= \Phi(t) + w_1(t) \left(h_1(t) - e(t) - \frac{p_{aria}}{\rho} \right) + \\ &+ w_2(t) \left(h_2(t) - e(t) - \frac{p_{aria}}{\rho} \right) - w_o(t) \left(h(t) - e(t) - \frac{p_{aria}}{\rho} \right) \end{aligned}$$

o anche, definendo con p_f la pressione alla base del serbatoio e dato che $h(t) = e(t) + \frac{p_f(t)}{\rho}$,

$$\begin{aligned} m(t)\frac{de(t)}{dt} &= \Phi(t) + w_1(t) \left(h_1(t) - h(t) + \frac{p_f(t) - p_{aria}}{\rho} \right) + \\ &+ w_2(t) \left(h_2(t) - h(t) + \frac{p_f(t) - p_{aria}}{\rho} \right) - w_o(t) \left(\frac{p_f(t) - p_{aria}}{\rho} \right) \end{aligned}$$

Capitolo1 Controllo split-range di un miscelatore

o

$$m(t) \frac{de(t)}{dt} = \Phi(t) + w_1(t) (h_1(t) - h(t) - gz(t)) + \\ + w_2(t) (h_2(t) - h(t) - gz(t)) - w_o(t) (gz(t))$$

Per quanto detto in precedenza, il termine gravitazionale è trascurabile, e l'equazione diventa

$$m(t) \frac{de(t)}{dt} = \Phi(t) + w_1(t) (h_1(t) - h(t)) + w_2(t) (h_2(t) - h(t))$$

Infine, con le approssimazioni viste, si può scrivere il modello in temperatura

$$cm(t) \frac{dT(t)}{dt} = \Phi(t) + cw_1(t) (T_1(t) - T(t)) + cw_2(t) (T_2(t) - T(t))$$

In conclusione, osservando che

$$\Phi(t) = Ri^2(t) + kA (T_a(t) - T(t))$$

dove T_a è la temperatura dell'aria, e posto $m(t) = \rho Az(t)$, il modello finale è espresso dalla coppia di equazioni

$$\rho A \frac{dz(t)}{dt} = w_1(t) + w_2(t) - w_o(t) \\ c\rho Az(t) \frac{dT(t)}{dt} = cw_1(t) (T_1(t) - T(t)) + cw_2(t) (T_2(t) - T(t)) + kA (T_a(t) - T(t)) + \\ + Ri^2(t)$$

1.2 Controllo split-range

Si ipotizzi che le temperature T_1 , T_2 , e T_a siano costanti e si considerino i seguenti dati

$$A = 1m^2, c = 4200J/kgK, \rho = 1000kg/m^3 \\ k = 0.36kg/Ks^3, R = 7.56K\Omega, T_1 = 323K, T_2 = 283K, T_a = 293K$$

1.2.1 Equilibrio

All'equilibrio deve risultare

$$\bar{w}_1 + \bar{w}_2 - \bar{w}_o = 0$$

$$(c\bar{w}_1 + c\bar{w}_2 + kA) \bar{T} = c\bar{w}_1 T_1 + c\bar{w}_2 T_2 + kA T_a + Ri^2$$

Per portate di ingresso nominali

$$\bar{w}_1 = 3kg/s, \quad \bar{w}_2 = 27kg/s$$

A. U. Thor

e volendo avere una temperatura di equilibrio $\bar{T} = 293K$ deve risultare

$$\bar{w}_o = 30kg/s$$
$$\bar{i} = \sqrt{\frac{(c\bar{w}_1 + c\bar{w}_2 + kA)\bar{T} - (c\bar{w}_1T_1 + c\bar{w}_2T_2 + kAT_a)}{R}} = 10A$$

1.2.2 Modello linearizzato

Il modello linearizzato del sistema, espresso in forma simbolica, è

$$\delta\dot{z}(t) = \frac{1}{\rho A} (\delta w_1(t) + \delta w_2(t) - \delta w_o(t))$$
$$\delta\dot{T}(t) = -\frac{c\bar{w}_1 + c\bar{w}_2 + kA}{c\rho A\bar{z}} \delta T(t) + \frac{T_1 - \bar{T}}{\rho A\bar{z}} \delta w_1(t) + \frac{T_2 - \bar{T}}{\rho A\bar{z}} \delta w_2(t) + \frac{2R\bar{i}}{c\rho A\bar{z}} \delta i(t)$$

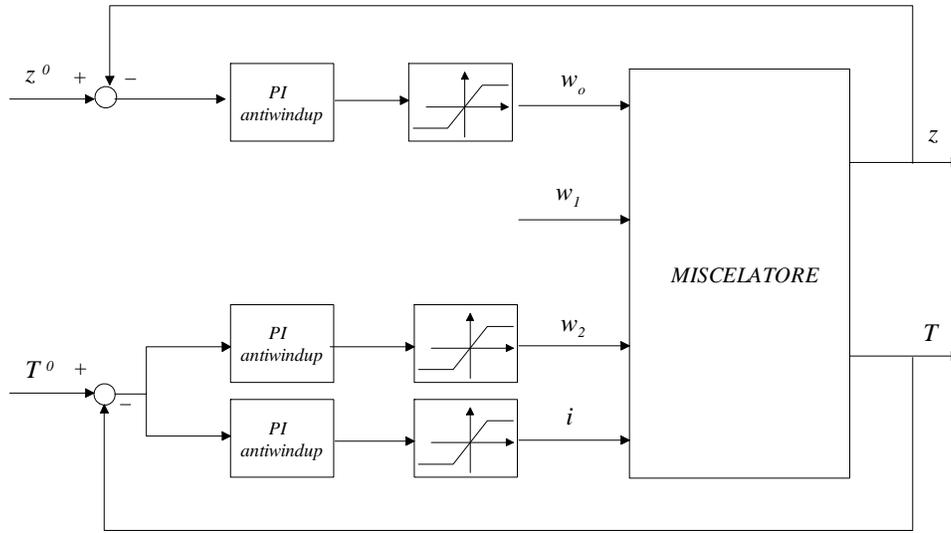
In corrispondenza dell'equilibrio trovato, in termini di trasformate di Laplace dopo banali sostituzioni risulta

$$Z(s) = \frac{0.001}{s} (W_1(s) + W_2(s) - W_o(s))$$
$$T(s) = \frac{1}{1 + 105s} (W_1(s) - 0.33W_2(s) + 1.12I(s))$$

1.2.3 Controllo split range

Uno schema di controllo possibile è quello mostrato nella Figura 1.2.3 in cui il livello z è regolato agendo sulla portata di uscita w_o e la temperatura è regolata manipolando le variabili w_2 per raffreddare e i per riscaldare. La variabile w_1 può essere interpretata come un disturbo ed eventualmente compensata. Gli schemi di controllo in cui due o più variabili manipolabili sono usate per controllare una sola variabile di uscita sono chiamati di tipo *split range*.

Capitolo1 Controllo split-range di un miscelatore



Controllo split-range.

Per quanto riguarda il controllo di livello, si è progettata la legge di controllo di tipo *PI*

$$W_o(s) = -1000 \frac{1 + 1.5s}{s} (Z^o(s) - Z(s))$$

mentre le due leggi di controllo per la regolazione della temperatura sono anch'esse di tipo *PI* e descritte da

$$W_2(s) = -0.1 \frac{1 + 105s}{s} (T^o(s) - T(s))$$

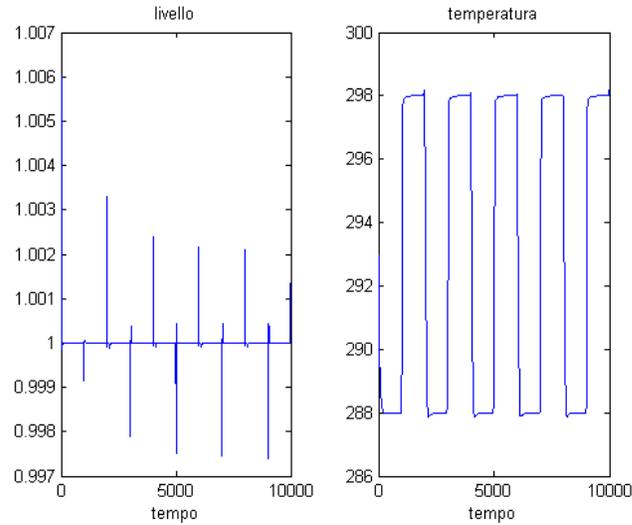
$$I(s) = 0.1 \frac{1 + 105s}{s} (T^o(s) - T(s))$$

Nelle simulazioni riportate nelle Figure 1.0 e 1.0 il riferimento del livello è stato mantenuto a $1m$, mentre quello di temperatura è stato fatto variare da $288K$ a $298K$. Alle variabili di ingresso w_2 e i si sono imposte le saturazioni

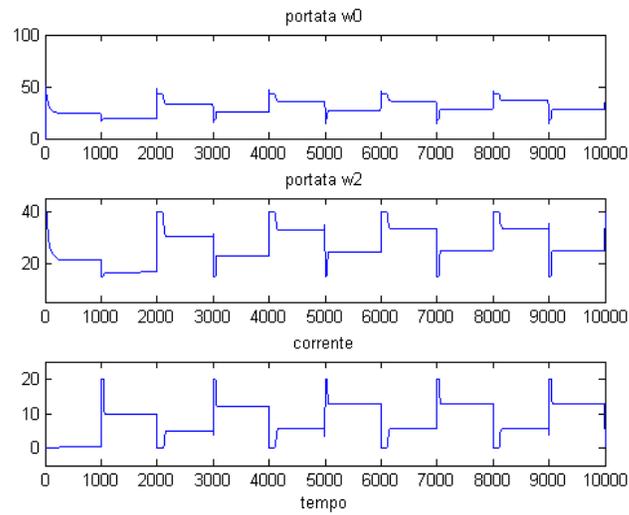
$$w_2 \in [15kg/s, 40kg/s]$$

$$i \in [0A, 20A]$$

Si noti in particolare, l'andamento di queste variabili di controllo: come atteso, all'aumentare dell'una corrisponde una diminuzione dell'altra.



Livello e temperatura.



Variabili di controllo.

1.3 Controllo di livello e temperatura con le portate di ingresso

Si supponga ora di non poter disporre del riscaldatore ($i = 0$) e di volere comunque con-

Capitolo1 Controllo split-range di un miscelatore

trollare il livello e la temperatura all'interno del serbatoio agendo sulle due portate di ingresso w_1 e w_2 . Si ipotizzi anche che le due temperature di ingresso siano uguali a prima ($T_1 = 323K$, $T_2 = 283K$). Apparentemente il problema non è semplice, dato che la funzione di trasferimento tra w_1 , w_2 e z è la stessa, così come, a meno del guadagno, quella tra w_1 , w_2 e T . Si ha infatti

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ T(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.001}{s} & \frac{0.001}{s} \\ \frac{0.0095}{s+0.0095} & \frac{-0.0032}{s+0.0095} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1(s) \\ W_2(s) \end{bmatrix}$$

e l'accoppiamento tra i due problemi di controllo è significativo.

Una possibile soluzione consiste nel regolare il livello con la somma delle portate $\eta_1 = w_1 + w_2$ e la temperatura con la loro differenza $\eta_2 = w_1 - w_2$. Questo equivale a usare un precompensatore statico descritto da

$$\begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1(t) \\ \eta_2(t) \end{bmatrix}$$

per cui il sistema diventa

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ T(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.001}{s} & 0 \\ \frac{0.0031}{s+0.0095} & \frac{0.0063}{s+0.0095} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1(s) \\ H_2(s) \end{bmatrix}$$

dove ovviamente $H_1(s)$ e $H_2(s)$ sono le trasformate di Laplace di $\eta_1(t)$ e $\eta_2(t)$.

La matrice di trasferimento è triangolare, si può quindi progettare il regolatore di livello indipendentemente dal problema di controllo della temperatura. In particolare si è impiegata la legge di controllo di tipo *PI*

$$H_1(s) = 50 \frac{1 + 1.5s}{s} (Z^o(s) - Z(s))$$

Si è poi progettato un regolatore di disaccoppiamento

$$M = \frac{0.0031}{0.0063}$$

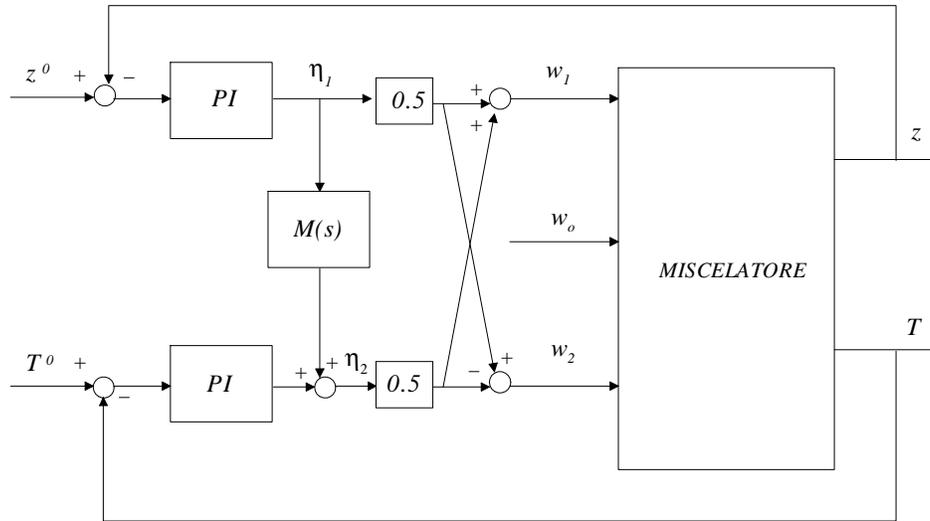
tra l'ingresso $\eta_1(t)$ e la variabile controllata T . La legge di controllo complessiva, comprendente il disaccoppiatore M e un regolatore in retroazione con funzione di trasferimento $R_T(s)$, è quindi

$$H_2(s) = MH_1(s) + R_T(s) (T^o(s) - T(s))$$

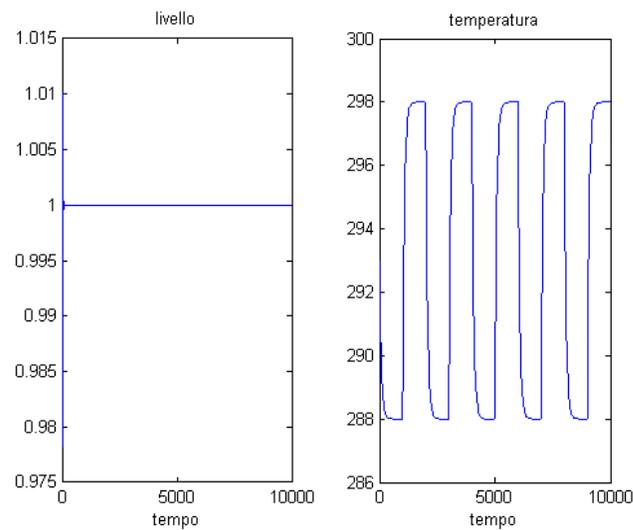
Il regolatore $R_T(s)$, progettato con riferimento alla funzione di trasferimento tra η_2 e T , è il seguente *PI*

$$R_T(s) = 0.01 \frac{1 + 105s}{s}$$

Lo schema di controllo complessivo è illustrato nella Figura 1.3, mentre i risultati ottenuti mantenendo costante a $1m$ il livello desiderato e facendo variare il riferimento di temperatura tra $288K$ e $298K$ sono presentati nelle Figure 1.3 e 1.3.

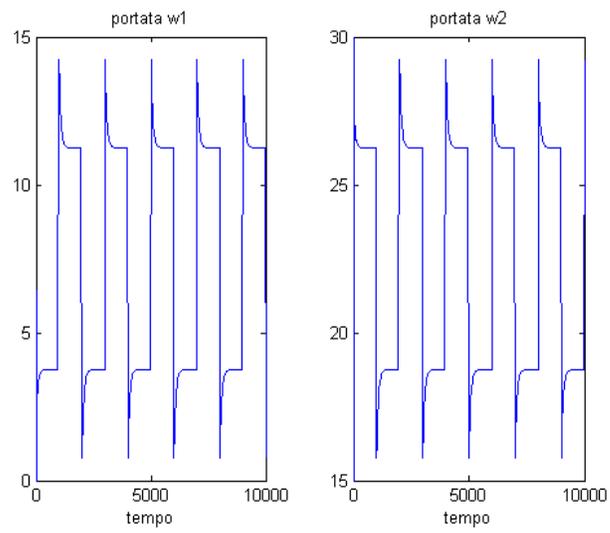


Schema di controllo con disaccoppiamento.



Capitolo1 Controllo split-range di un miscelatore

Livello e temperatura.



Portate di ingresso.