

ESERCIZIO

Si consideri il sistema descritto dalle equazioni

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$\text{con} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [2 \quad -2]$$

- 1) Progettare una retroazione statica dallo stato $u(t) = Kx(t)$ in modo che il sistema retroazionato abbia autovalori in $\mathbf{I}_1 = -1$ e $\mathbf{I}_2 = -2$.
- 2) Supponendo ora che lo stato non sia accessibile, progettare un ricostruttore asintotico in modo che la dinamica dell'errore abbia autovalori in $\mathbf{I}_3 = -5$ e $\mathbf{I}_4 = -10$.
- 3) Combinando la legge di controllo progettata al punto 1 con il ricostruttore asintotico progettato al punto 2, calcolare la funzione di trasferimento tra y e u del controllore così costruito.
- 4) Verificare che il sistema retroazionato ottenuto al punto 3 risulta asintoticamente stabile e i suoi poli coincidono con i valori $\mathbf{I}_i, i = 1, \dots, 4$.

[Si consiglia l'uso di Matlab per effettuare i calcoli]

TRACCIA DELLA SOLUZIONE

1) La coppia (A,B) è completamente raggiungibile. Il guadagno del controllore risulta

$$K = \begin{bmatrix} -2 & -1 \end{bmatrix}$$

2) La coppia (A',C') è completamente raggiungibile. Il guadagno del ricostruttore risulta

$$H = \begin{bmatrix} -65/2 \\ -25 \end{bmatrix}$$

3) Risulta

$$R(s) = -K(sI - (A + BK + HC))^{-1}H = \frac{-90s - 50}{s^2 + 18s + 97}$$

4) La funzione d'anello, assumendo negativa la retroazione è

$$L(s) = -G(s)R(s) = -\frac{2}{s^2}R(s) = \frac{2(90s + 50)}{s^2(s^2 + 18s + 97)}$$

Il polinomio caratteristico in anello chiuso è allora

$$\hat{f}(s) = s^4 + 18s^3 + 97s^2 + 180s + 100 = (s+1)(s+2)(s+5)(s+10)$$

e la verifica è completata.