ESERCIZIO 1

Si debba progettare un sistema di controllo per stabilizzare il sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \frac{10}{(s-1)^2}$.

1.1) Utilizzando il *luogo delle radici* mostrare che è impossibile stabilizzare il sistema con un regolatore ad azione proporzionale $R(s) = \mu$.

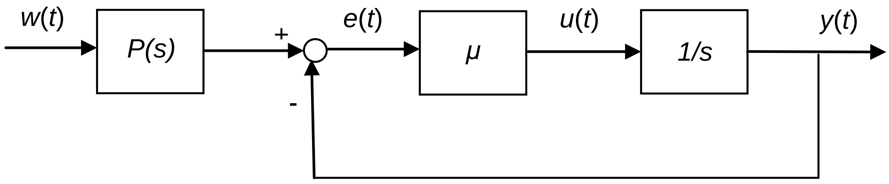
1.2) Ancora utilizzando il *luogo delle radici* verificare se è possibile stabilizzare il sistema con un regolatore di tipo PI, con funzione di trasferimento $R(s) = \frac{\mu(1+s\tau)}{s}$.

1.3) Verificare i risultati dei due punti precedenti mediante lo studio diretto del polinomio caratteristico in anello chiuso $\varphi_{ac}(s)$.

1.4) Spiegare brevemente come si potrebbe affrontare, mediante uno schema in cascata, il progetto di un regolatore per il sistema in esame capace di garantire, oltre la stabilità, il rispetto di assegnate specifiche sulla precisione statica e dinamica.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema di controllo descritto dal seguente schema a blocchi:



dove $P(s) = \dfrac{b}{s+a}$, $a > 0, b > 0$.

2.1) Spiegare quale potrebbe essere lo scopo del pre-filtro $P(s)$ e perché nel progettarlo sarebbe opportuno porre $a = b$.

2.2) Si ponga ora $a = b$. Supponendo che $w(t)$ sia uno scalino unitario e che le condizioni iniziali siano nulle, calcolare il valore $u(0)$ con e senza il pre-filtro. Commentare il risultato per evidenziare l'utilità del pre-filtro.

2.3) Sempre con $a = b$ e $w(t) = \text{sca}(t)$, valutare quanto la presenza del pre-filtro possa rallentare la risposta della variabile $y(t)$.

2.4) Sostituire il pre-filtro $P(s)$ con un compensatore in *feedforward* equivalente.

ESERCIZIO 3

Si desideri ottenere una realizzazione digitale del regolatore analogico $R°(s) = \dfrac{0.2}{s}$ utilizzando il metodo di Tustin e il periodo di campionamento $T = 2$.

3.1) Calcolare la funzione di trasferimento del regolatore digitale $R*(z)$.

3.2) Si supponga ora che l'impianto da controllare sia descritto dalla funzione di trasferimento $G(s)$ e che la corrispondente funzione di trasferimento del sistema a segnali campionati, con periodo di campionamento $T = 2$, sia $G*(z) = \dfrac{0.4}{z - 0.5}$. Ricavare l'espressione di $G(s)$.

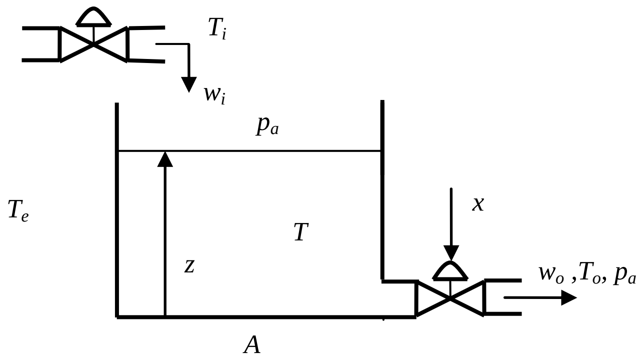
3.3) Utilizzando le tecniche a tempo discreto, analizzare la stabilità del sistema di controllo digitale costituito da $R*(z)$ e da $G*(z)$.

3.4) In tale sistema di controllo digitale, ricavare la funzione di trasferimento $F(z)$ tra il segnale di riferimento e la variabile controllata e dedurre le principali caratteristiche dell'uscita in risposta a un riferimento a scalino (valore di regime, tempo di latenza e tempo di assestamento).

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema termo-idraulico schematicamente descritto in figura, dove le variabili da controllare sono la portata w_o e la temperatura T_o del liquido in uscita dal serbatoio. Le variabili di ingresso sono la posizione *x* dello stelo della valvola (supposta lineare), la portata w_i e la temperatura T_i del fluido in ingresso. Si assuma invece che la temperatura T_e dell'ambiente esterno sia un parametro costante. Si indichino inoltre con ρ la densità del liquido e con *A* l'area del serbatoio. Si ipotizzi infine che:

- il liquido sia perfettamente miscelato e si possa trascurare il lavoro meccanico di miscelazione;
- la potenza termica che il liquido riceve dall'ambiente circostante sia esprimibile come $k_e(T_e - T)$;
- l'energia totale, trascurando i termini di energia cinetica e potenziale, sia approssimabile con l'entalpia, cioè, in termini specifici, $e_t \cong e = h = cT$, dove *c* è il calore specifico del liquido.



4.1) Determinare il modello dinamico nonlineare del processo, assumendo come uscite la portata di deflusso w_o e la temperatura T_o.

4.2) Considerando una portata costante $\overline{w}_i$ in ingresso, dire se all'equilibrio il livello $\bar{z}$ può assumere un qualunque valore positivo.

4.3) Il modello linearizzato del processo nell'intorno di un generico stato di equilibrio è dato da

$$\delta\dot{z}(t) = -\alpha_1\delta z(t) - \alpha_2\delta x(t) + \alpha_3\delta w_i(t)$$
$$\delta\dot{T}(t) = -\beta_1\delta T(t) + \beta_2\delta w_i(t) + \beta_3\delta T_i(t)$$
$$\delta w_o(t) = \gamma_1\delta z(t) + \gamma_2\delta x(t)$$
$$\delta T_o(t) = \delta T(t)$$

Determinare i valori dei parametri α_i, β_i, γ_i che compaiono in tale modello.

4.4) Disegnare lo schema a blocchi del modello linearizzato.

4.5) Verificare che, indicando con $G_{wx}(s)$ la funzione di trasferimento tra δx e δw_o e con $G_{ww}(s)$ quella tra δw_i e δw_o, i rispettivi guadagni statici valgono 0 e 1, rispettivamente.

4.6) Dovendo realizzare un sistema di controllo decentralizzato, valutare quali variabili sarebbe opportuno utilizzare come variabili di controllo rispettivamente per la regolazione della portata w_o e della temperatura T_o.

SOLUZIONE DELL'ESERCIZIO 4

4.1) Utilizzando i principi di conservazione della massa e dell'energia nel serbatoio, si ottiene il seguente modello nonlineare:

$$
\begin{aligned}
\dot{z}(t) &= \frac{1}{\rho A}\left(w_i(t) - kA_v\rho\sqrt{g}\,x(t)\sqrt{z(t)}\right)\\
\dot{T}(t) &= \frac{1}{c\rho A z(t)}\left(k_e\left(T_e - T(t)\right) + w_i(t)c\left(T_i(t) - T(t)\right)\right)\\
w_o(t) &= kA_v\rho\sqrt{g}\,x(t)\sqrt{z(t)}\\
T_o(t) &= T(t)
\end{aligned}
$$

4.2) Annullando le derivate, all'equilibrio si ottiene:

$$
\begin{aligned}
\overline{w}_i &= kA_v\rho\sqrt{g}\,\overline{x}\sqrt{\overline{z}}\\
\overline{z} &= \frac{\overline{w}_i^2}{k^2A_v^2\rho^2 g\overline{x}^2}
\end{aligned}
$$

Poiché $\overline{x}$ deve essere minore o uguale a 1, risulta $\overline{z} \geq \dfrac{\overline{w}_i^2}{k^2A_v^2\rho^2 g}$.

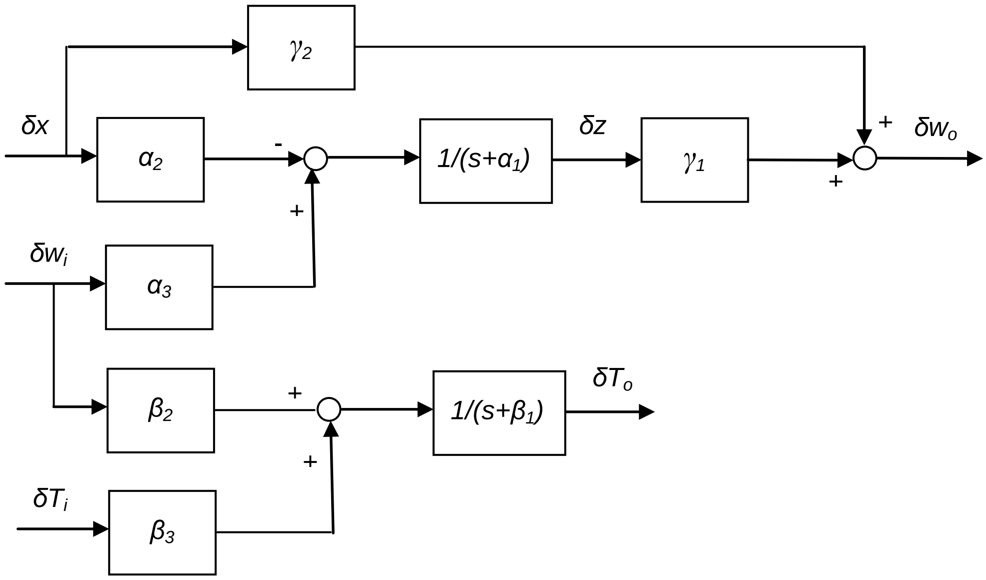
4.3) Calcolando le derivate parziali rispetto alle variabili di stato e agli ingressi (valutate nell'equilibrio), si ottiene:

$$
\alpha_1 = \frac{kA_v\sqrt{g}\,\overline{x}}{2A\sqrt{\overline{z}}} \quad , \quad \alpha_2 = \frac{kA_v\sqrt{g\overline{z}}}{A} \quad , \quad \alpha_3 = \frac{1}{\rho A}
$$

$$
\beta_1 = \frac{k_e + c\overline{w}_i}{c\rho A\overline{z}} \quad , \quad \beta_2 = \frac{\overline{T}_i - \overline{T}}{\rho A\overline{z}} \quad , \quad \beta_3 = \frac{\overline{w}_i}{\rho A\overline{z}}
$$

$$
\gamma_1 = \frac{kA_v\rho\sqrt{g}\,\overline{x}}{2\sqrt{\overline{z}}} \quad , \quad \gamma_2 = kA_v\rho\sqrt{g\overline{z}}
$$

4.4) Lo schema a blocchi del modello linearizzato è



4.5) Dallo schema a blocchi risulta $G_{wx}(s) = \gamma_2 - \dfrac{\gamma_1 \alpha_2}{s + \alpha_1}$ e il suo guadagno statico, ricordando le espressioni dei parametri del punto 4.3, è

$$\mu_{wx} = G_{wx}(0) = \gamma_2 - \frac{\gamma_1 \alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\alpha_1 \gamma_2 - \gamma_1 \alpha_2}{\alpha_1} = 0$$

Analogamente risulta $G_{ww}(s) = \dfrac{\gamma_1 \alpha_3}{s + \alpha_1}$ e il corrispondente guadagno statico è

$$\mu_{ww} = G_{ww}(0) = \frac{\gamma_1 \alpha_3}{\alpha_1} = 1$$

4.6) La matrice di trasferimento tra i 3 ingressi x, w_i e T_i e le due uscite w_o e T_o è

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{wx}(s) & G_{ww}(s) & 0 \\ 0 & G_{Tw}(s) & G_{TT}(s) \end{bmatrix}$$

La corrispondente matrice dei guadagni statici è $G(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \beta_2 / \beta_1 & \beta_3 / \beta_1 \end{bmatrix}$.

E' quindi evidente che l'ingresso x non influenza (a regime) nessuna delle variabili di uscita. L'unica variabile di ingresso proponibile per la regolazione della portata w_o rimane la portata w_i e, a questo punto, la temperatura T_o va regolata mediante T_i.