## ESERCIZIO 1

Si consideri un sistema in anello chiuso con retroazione negativa e funzione di trasferimento d'anello:

$$L(s) = \frac{\mu(1+0.1s)}{(1+0.25s)^3}$$

**1.1)** Tracciare l'andamento qualitativo del luogo dei poli in anello chiuso per valori *positivi* del parametro $\mu$ .

**1.2)** In base al luogo tracciato, mostrare che, quando $\mu = 1$, il sistema in anello chiuso possiede due poli dominanti complessi coniugati. Sempre con $\mu = 1$, calcolare il margine di guadagno $k_m$ del sistema retroazionato.

**1.3)** Dimostrare che, quando $\mu \to +\infty$, il margine di fase $\varphi_m$ del sistema retroazionato tende a 0°.

**1.4)** Tracciare l'andamento qualitativo del luogo dei poli in anello chiuso per valori *negativi* del parametro $\mu$ e discutere l'asintotica stabilità in anello chiuso al variare di $\mu < 0$.

1.1

$$L(s) = 6.4\mu \frac{s+10}{(s+4)^2}$$

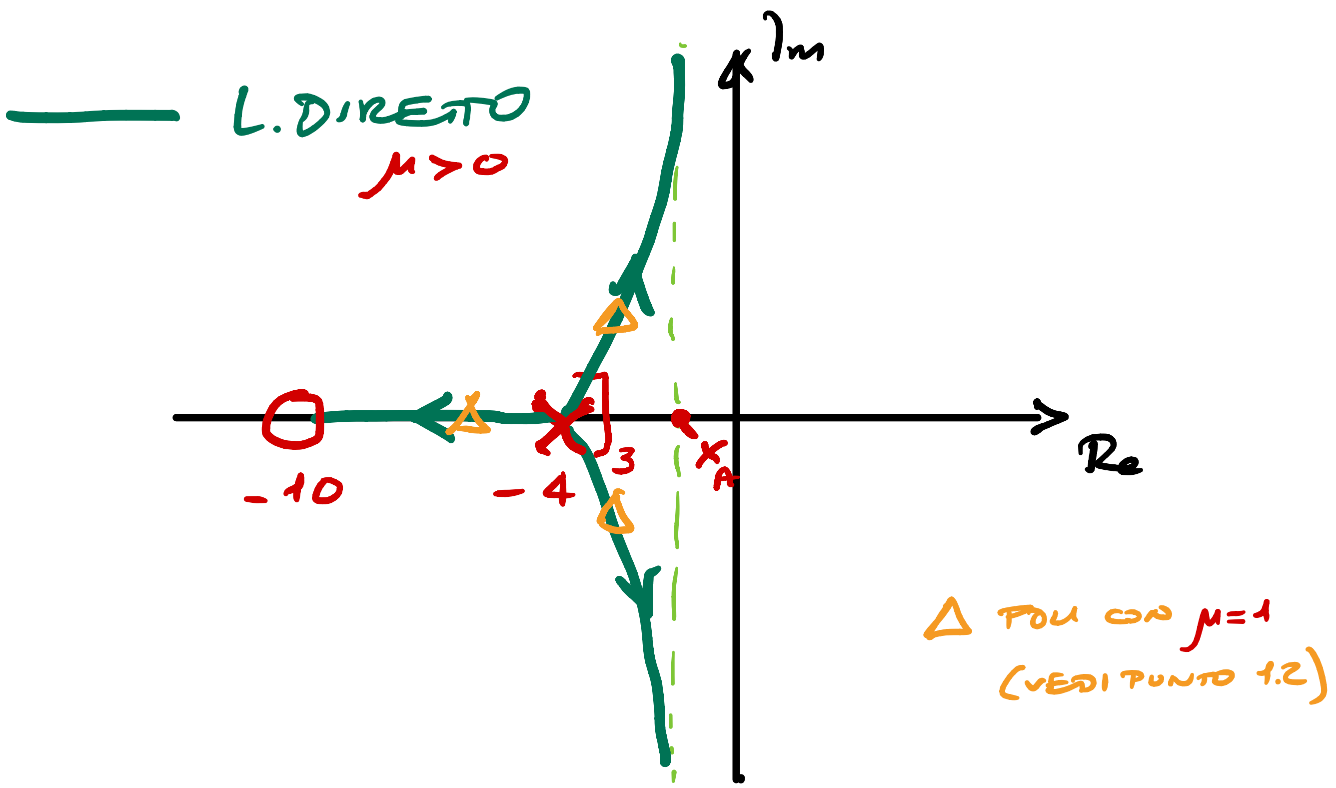
$n=3$ RAMI

$m=2$ ASINTOTI

$\nu=2$ IL BARICENTRO SI CONSERVA

$x_A = \frac{1}{2}(10-12) = -1$ CENTRO ASINTOTI

$x_B = \frac{1}{3}(-12) = -4$ BARICENTRO A.A.



## 1.2

- CON $\mu > 0$ DUE POLI SI SPOSTANO LUNGO I RAMI COMPL. CONIUGATI VERSO L'ASINTOTO.
- L'ALTRO POLO SI SPOSTA A SINISTRA VERSO LO ZERO.
- QUINDI, PER $\mu = 1$, IL SISTEMA POSSIEDE 2 POLI DOMINANTI COMPLESSI CONIUGATI.

- POICHÈ CON $\mu > 0$ IL SISTEMA RISULTA SEMPRE AS. STABILE, IL MARGINE DI GUADAGNO È $k_m = \infty$.

## 1.3

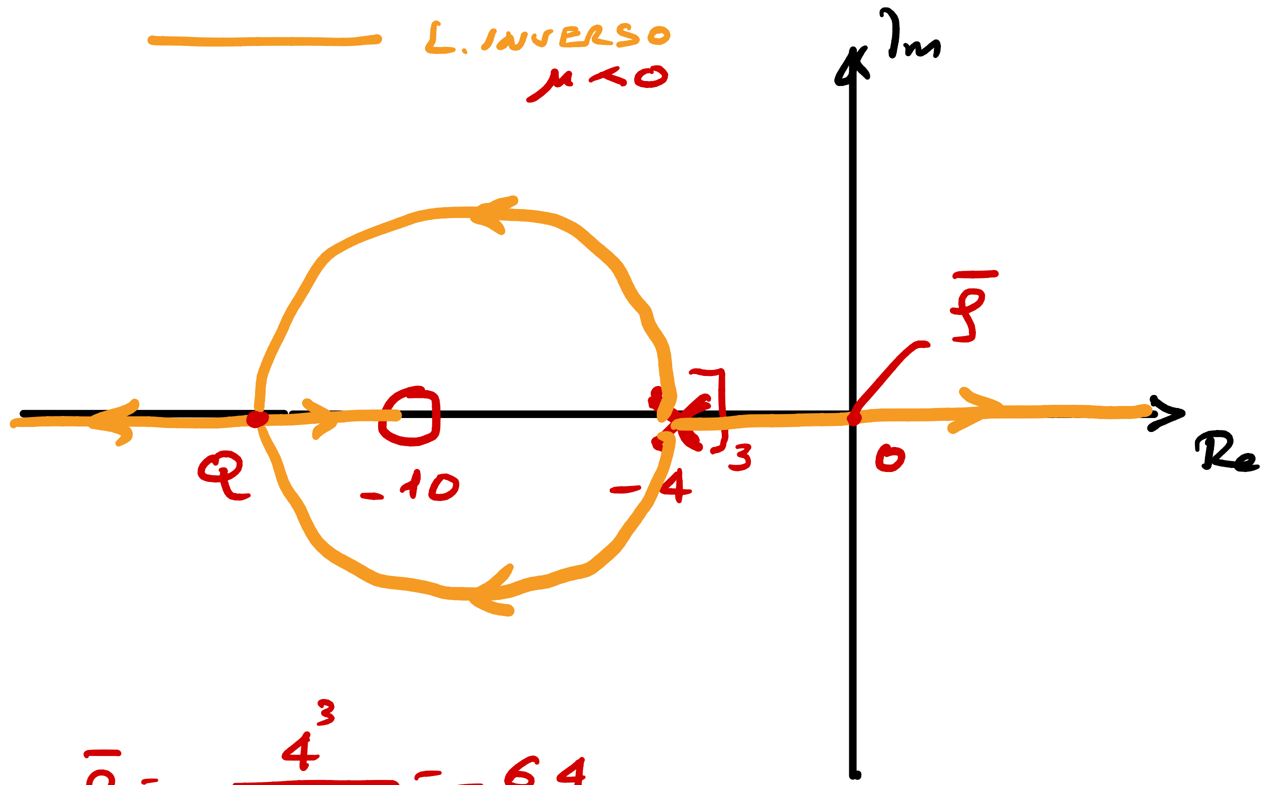
- QUANDO $\mu \to +\infty$ I DUE POLI DOMINANTI IN ANELLO CHIUSO HANNO SMORZAMENTO $\xi \to 0$. QUINDI $\varphi_m \to 0°$.

- ALTERNATIVAMENTE, RAGIONANDO SUI DIAGRAMMI DI BODE, $\mu \to +\infty$ IMPLICA $\omega_c \to +\infty$ E

$$\lim_{\omega \to \infty} \measuredangle L(j\omega) = -270° + 90° = -180°$$

- QUINDI $\varphi_c \to -180°$ E $\varphi_m \to 0°$.

## 1.4




$$\bar{\rho} = -\frac{4^3}{10} = -6.4$$

$$\bar{\mu} = \frac{\bar{\rho}}{6.4} = -1$$

AS. STAB. $\iff -1 < \mu < 0$

---

- NOTA:

$x_Q = -13$

SI OTTIENE DA

$$\gamma(x) = -\frac{(x+4)^3}{x+10}$$

$$\gamma'(x) = 0$$

**ESERCIZIO 2**

Si voglia ottenere un regolatore digitale a partire dal regolatore analogico

$$R°(s) = \frac{1+s\tau}{s}$$

utilizzando il periodo di campionamento $T = 0.1\tau$ .

**2.1)** Usando il metodo di Tustin, ricavare la funzione di trasferimento $R^*(z)$ del regolatore digitale.

**2.2)** Determinare l'algoritmo di controllo corrispondente al regolatore digitale così ottenuto.

**2.3)** In corrispondenza della pulsazione $\omega = 1/\tau$, calcolare il modulo della risposta in frequenza $R^o(j\omega)$ del regolatore analogico e confrontarlo con quello associato al regolatore digitale progettato in corrispondenza della stessa pulsazione. Spiegare anche perché è lecito aspettarsi che questi due valori siano molto simili.

2.1

$$R^*(z) = R^o\left(\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}\right) = R^o\left(\frac{20}{\tau}\frac{z-1}{z+1}\right) =$$

$$= \dots\dots = \tau\frac{21}{20}\frac{z-19/21}{z-1}$$

2.2

$$u^*(k) = u^*(k-1) + \tau\frac{21}{20}e^*(k) - \tau\frac{19}{20}e^*(k-1)$$

2.3

$$\left|R^o\left(j\frac{1}{\tau}\right)\right| = \frac{|1+j|}{|j\,1/\tau|} = \tau\sqrt{2}$$

$$|R^*(e^{j\omega T})| = |R^*(e^{j0.1})| = \frac{\tau}{20}\frac{|21e^{j0.1}-19|}{|e^{j0.1}-1|} = \dots\dots \simeq 1.41\tau$$

_È LECITO ASPETTARSI CHE I DUE VALORI SIANO MOLTO SIMILI PERCHÉ $\omega = \frac{1}{\tau} \ll \frac{\omega_s}{2} = \frac{10\pi}{\tau}$ E IL METODO DI TUSTIN FORNISCE UNA BUONA APPROSSIMAZIONE DI $|R^o(j\omega)|$ NELL'INTERVALLO DI PULSAZIONI $[0, \omega_s/2]$

---

NOTA: NEL CALCOLO DELLA R.I.F. DEL REGOLATORE DIGITALE SI POTEVA TENER CONTO ANCHE DEI CONVERTITORI CON LA FORMULA

$$|\tilde{R}(j\omega)| = \frac{|H_o(j\omega)|}{T}|R^*(e^{j\omega T})|$$

CONTRIBUTO CONVERTITORI

OTTENENDO UN RISULTATO SIMILE

## ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema MIMO descritto dalla seguente matrice di trasferimento:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1+s}{1+2s} & \frac{-10}{1+s} \\ 1 & \frac{2}{1+s} \end{bmatrix}$$

**3.1)** Progettare un disaccoppiatore realizzabile, che approssimi il disaccoppiatore "in avanti" ideale. Commentare i limiti di tale disaccoppiatore.

**3.2)** Nel caso che si voglia invece utilizzare uno schema di controllo decentralizzato, si discutano quali sarebbero gli accoppiamenti ingresso/uscita più favorevoli.

**3.3)** Adottando gli accoppiamenti più favorevoli, si disegni lo schema a blocchi (espanso) del sistema di controllo decentralizzato per il sistema in esame.

3.1

- IL DISACCOPPIATORE "IN AVANTI" IDEALE È

$$\Delta^0(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{10(1+2s)}{(1+s)^2} \\ -\frac{1+s}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

NON REALIZZABILE

MA NON È REALIZZABILE A CAUSA DELL'ELEMENTO $\Delta^0_{12}$

- SI PUÒ APPROSSIMARE CON

$$\Delta(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{10(1+2s)}{(1+s)^2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{OPPURE} \quad \Delta(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{10(1+2s)}{(1+s)^2} \\ -\frac{1+s}{2(1+s\tau)} & 1 \end{bmatrix}$$

$\tau \ll 1$

- ENTRAMBE QUESTE SOLUZIONI NON CONSENTONO DI OTTENERE UN DISACCOPPIAMENTO PERFETTO A TUTTE LE FREQUENZE

($G'(s) = G(s)\Delta(s)$ NON È DIAGONALE)

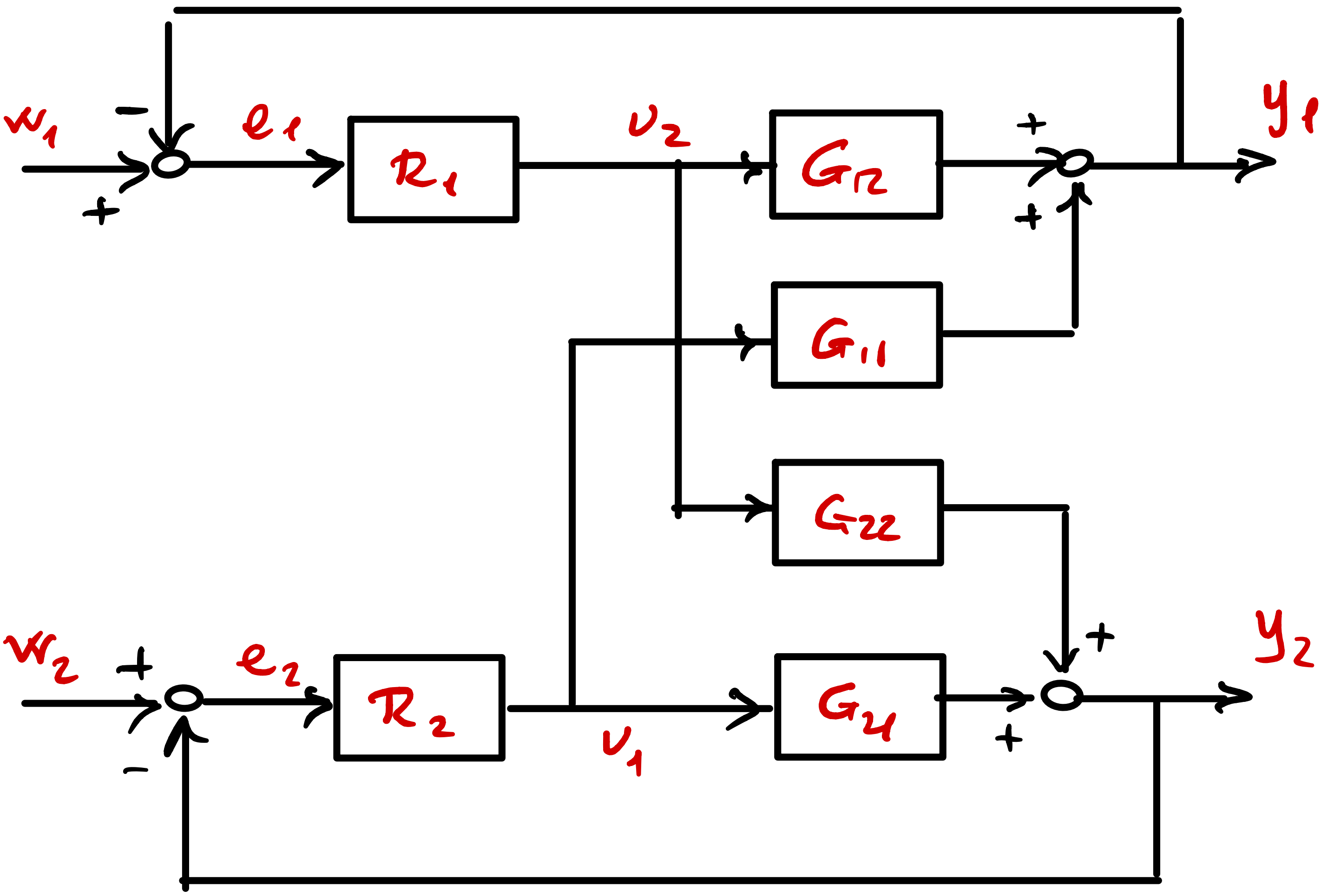
3.2

$$G(0) = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

PIÙ VICINO A 0 CHE A 1

$\Rightarrow$ MIGLIORI ACCOPPIAMENTI: $\{u_2, y_1\}, \{u_1, y_2\}$

3.3

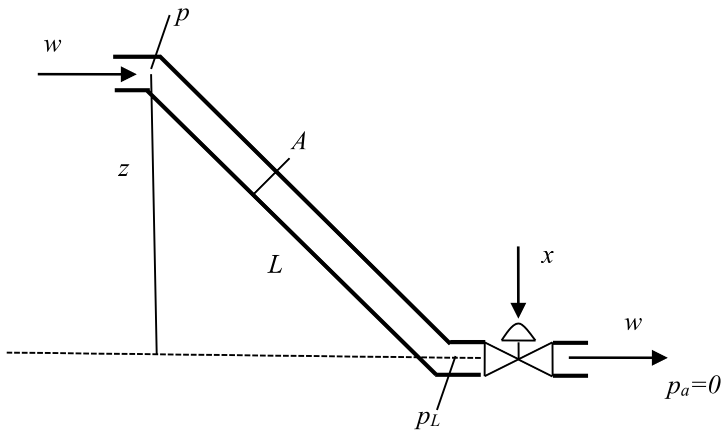



$$G_{11}(s) = \frac{1+s}{1+2s} \qquad G_{12}(s) = \frac{-10}{1+s}$$

$$G_{21}(s) = 1 \qquad G_{22}(s) = \frac{2}{1+s}$$

## ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema idraulico mostrato in figura. La valvola è lineare, con parametri $k$ e $A_v$. La variabile da controllare è la portata $w(t)$ nella condotta e si usi il grado $x(t)$ di apertura della valvola come variabile di controllo. La pressione $p(t)$ in ingresso alla condotta è da considerare come un disturbo. La condotta ha lunghezza $L$ e una sezione di area $A$. All'interno della condotta è trascurabile l'effetto dell'attrito. Si indichi con $\rho$ la densità del liquido, con $g$ l'accelerazione di gravità e con $p_a = 0$ la pressione a valle della valvola.




**4.1)** Usando i principi di conservazione della massa e della quantità di moto, ricavare il modello dinamico nonlineare del sistema.

**4.2)** Calcolare in funzione dei parametri fisici i coefficienti del seguente modello linearizzato nell'intorno di un dato equilibrio:

$$\delta\dot{w}(t) = -\alpha\delta w(t) + \beta\delta x(t) + \gamma\delta p(t)$$

Mostrare inoltre che la lunghezza $L$ della condotta ha effetto sulla velocità del sistema linearizzato, ma non sul guadagno statico tra $\delta x$ e $\delta w$ .

**4.3)** Disegnare lo schema a blocchi di uno schema di controllo in anello chiuso per il sistema in esame, spiegando come potrebbe essere progettato il regolatore e discutendo la possibilità di compensare in anello aperto il disturbo $\delta p(t)$.

4.1

. CONS. MASSA: $w(t)$ NON DIPENDE DALL'ASCISSA LUNGO LA CONDOTTA

- CONS. Q. DI MOTO:

$p_L(t)/\rho g$ $\qquad z + \frac{p(t)}{\rho g}$

$$\dot{w}(t) = -\frac{\rho A g}{L}\left(z_L^*(t) - z_0^*(t)\right)$$

$$p_L(t) = \frac{w^2(t)}{\rho(kA_v x(t))^2}$$ VALVOLA

$$\Rightarrow \boxed{\dot{w}(t) = -\frac{w(t)\,A}{(kA_v x(t))^2 \rho L} + p(t)\frac{A}{L} + \frac{\rho A g z}{L}}$$

## 4.2

$$\alpha = \frac{2\bar{w}A}{L k^2 A_v^2 \bar{x}^2 \rho} \qquad \beta = \frac{2\bar{w}^2 A}{L k^2 A_v^2 \bar{x}^3 \rho}$$

$$\gamma = \frac{A}{L}$$

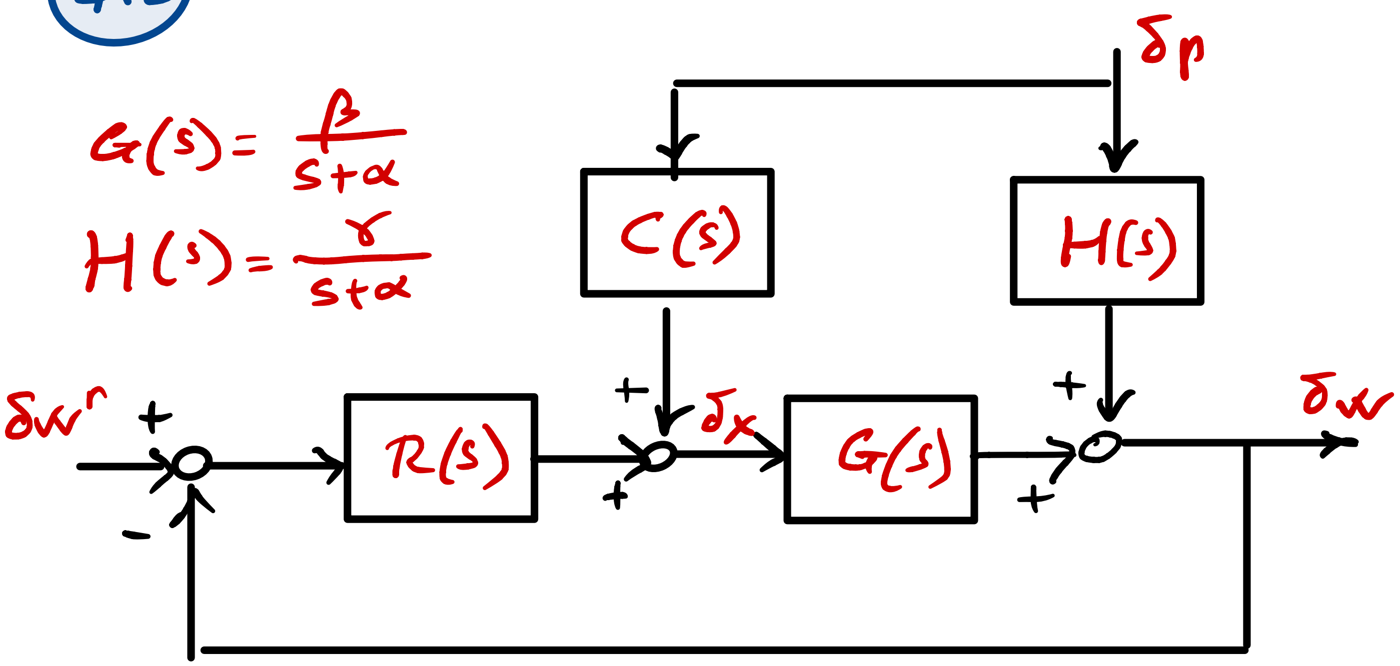
- COST. DI TEMPO $\tau = \frac{1}{\alpha}$ PROPORZIONALE A $L$
- FDT TRA $\delta x$ E $\delta w$: $G(s) = \frac{\beta}{s+\alpha}$
- GUADAGNO STATICO: $\mu_{wx} = G(0) = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\bar{w}}{\bar{x}}$

NON DIPENDE DA $L$

## 4.3

$$G(s) = \frac{\beta}{s+\alpha}$$

$$H(s) = \frac{\gamma}{s+\alpha}$$




- PROGETTO DI $R(s)$:

$$R(s) = \rho \frac{s+\alpha}{s}, \; \rho > 0 \Rightarrow L(s) = \frac{\rho\beta}{s}$$

$\omega_c = \rho\beta$
$\varphi_m = 90°$

- PROGETTO DI $C(s)$

$$C(s) = -\frac{H(s)}{G(s)} = -\frac{\gamma}{\beta}$$