ESERCIZIO 1

Si consideri un sistema in anello chiuso, con retroazione negativa, avente funzione d'anello

$$L(s) = \frac{\rho s}{(s^2+4)(s+1/\tau)} \qquad , \qquad \tau > 0$$

1.1) Tracciare l'andamento qualitativo del luogo delle radici associato a valori positivi di ρ.

1.2) Tracciare l'andamento qualitativo del luogo delle radici associato a valori negativi di ρ.

1.3) Utilizzando il luogo delle radici, determinare una coppia di valori positivi ρ e τ in modo che il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile e presenti un tempo di assestamento della risposta allo scalino $t_a < 10$.

1.4) Spiegare perché, quando la funzione d'anello $L(s)$ possiede uno zero (come nel caso in esame), uno dei poli in anello chiuso tende a tale zero per ρ tendente all'infinito.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema lineare a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad , \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad , \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.1) Determinare i valori del parametro α per cui il sistema è asintoticamente stabile.

2.2) Calcolare il guadagno statico del sistema, verificando che è indipendente dal valore di α. Dire poi se il guadagno statico ha un'interpretazione anche quando il sistema è instabile.

2.3) Dopo aver calcolato la funzione di trasferimento, valutare i primi campioni (fino all'istante $k = 4$) della risposta del sistema a un impulso unitario.

2.4) Limitandosi a considerare i valori di α per cui il sistema è asintoticamente stabile, determinare l'amplificazione che subisce a transitorio esaurito l'ingresso $u(k) = sen\left(\frac{k\pi}{2}\right)$.

ESERCIZIO 3

Per progettare un controllore digitale per il sistema descritto dalla funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{100}{1+10s}$ si scelga di effettuare la discretizzazione di un regolatore $R°(s)$ di tipo PI (Proporzionale-Integrale), con parametri $K_p = 4$ e $T_i = 10$.

3.1) Disegnare lo schema a blocchi del sistema di controllo basato sul controllore digitale.

3.2) Scegliere un adeguato valore del periodo di campionamento per i convertitori A/D e D/A.

3.3) Mediante il metodo di Eulero all'indietro, ricavare la funzione di trasferimento del controllore digitale che approssima il regolatore analogico $R°(s)$.

3.4) Scrivere la legge di controllo nel dominio del tempo del regolatore digitale progettato.

3.5) Valutare approssimativamente la pulsazione critica e il margine di fase del sistema di controllo risultante.

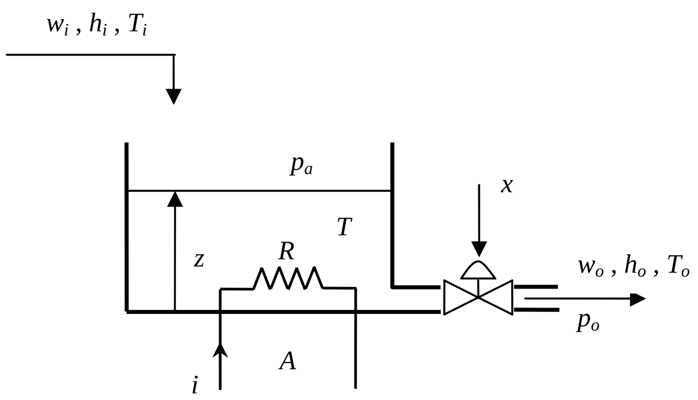
ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema termo-idraulico schematicamente descritto in figura, dove *A* rappresenta l'area del serbatoio, *R* è il valore della resistenza elettrica, ρ è la densità del fluido, g è l'accelerazione di gravità, *k* è il coefficiente adimensionale della valvola (supposta lineare) e A_v la sua apertura massima. La posizione *x* dello stelo della valvola e le pressioni p_a e p_o sono da considerare costanti.

Le variabili da controllare sono l'altezza *z* e la temperatura *T* del liquido nel serbatoio.
La portata w_i e la corrente i sono le variabili manipolabili, mentre la temperatura T_i va considerata come un disturbo.

Si ipotizzi che:

- gli scambi termici del liquido con le pareti del serbatoio e con l'aria sovrastante siano trascurabili;
- il liquido sia perfettamente miscelato e si possa trascurare il lavoro meccanico di miscelazione;
- l'energia totale del liquido, trascurando i termini di energia cinetica e potenziale, sia approssimabile con la sua entalpia, cioè, in termini specifici, $e_t = h = cT$, dove *c* è il calore specifico del liquido.



4.1) Scrivere il modello dinamico del sistema.
4.2) Assegnati i valori costanti $\overline{w}_i$, $\overline{i}$, $\overline{T}_i$ degli ingressi, determinare i valori di equilibrio di *z* e *T*. Verificare che all'equilibrio deve essere $\overline{T} > \overline{T}_i$ e spiegare l'interpretazione fisica di tale vincolo.

4.3) Si consideri la seguente formulazione del modello linearizzato intorno alla condizione di equilibrio determinata al punto precedente:

$$\delta\dot{z}(t) = \alpha_1\delta z(t) + \alpha_2\delta T(t) + \alpha_3\delta w_i(t) + \alpha_4\delta i(t) + \alpha_5\delta T_i(t)$$

$$\delta\dot{T}(t) = \beta_1\delta z(t) + \beta_2\delta T(t) + \beta_3\delta w_i(t) + \beta_4\delta i(t) + \beta_5\delta T_i(t)$$

Dire quali tra i parametri α_i e β_i sono nulli. Calcolare inoltre l'espressione dei parametri α_i e β_i non nulli.
4.4) Verificare con un'analisi dimensionale che i parametri α_1 e β_2 hanno le dimensioni dell'inverso di una costante di tempo.
4.5) Ricavare la matrice di trasferimento $G(s)$ tra gli ingressi manipolabili e le variabili controllate, verificando che ha una struttura triangolare.
4.6) Proporre uno schema di controllo centralizzato per il controllo congiunto di livello e temperatura.