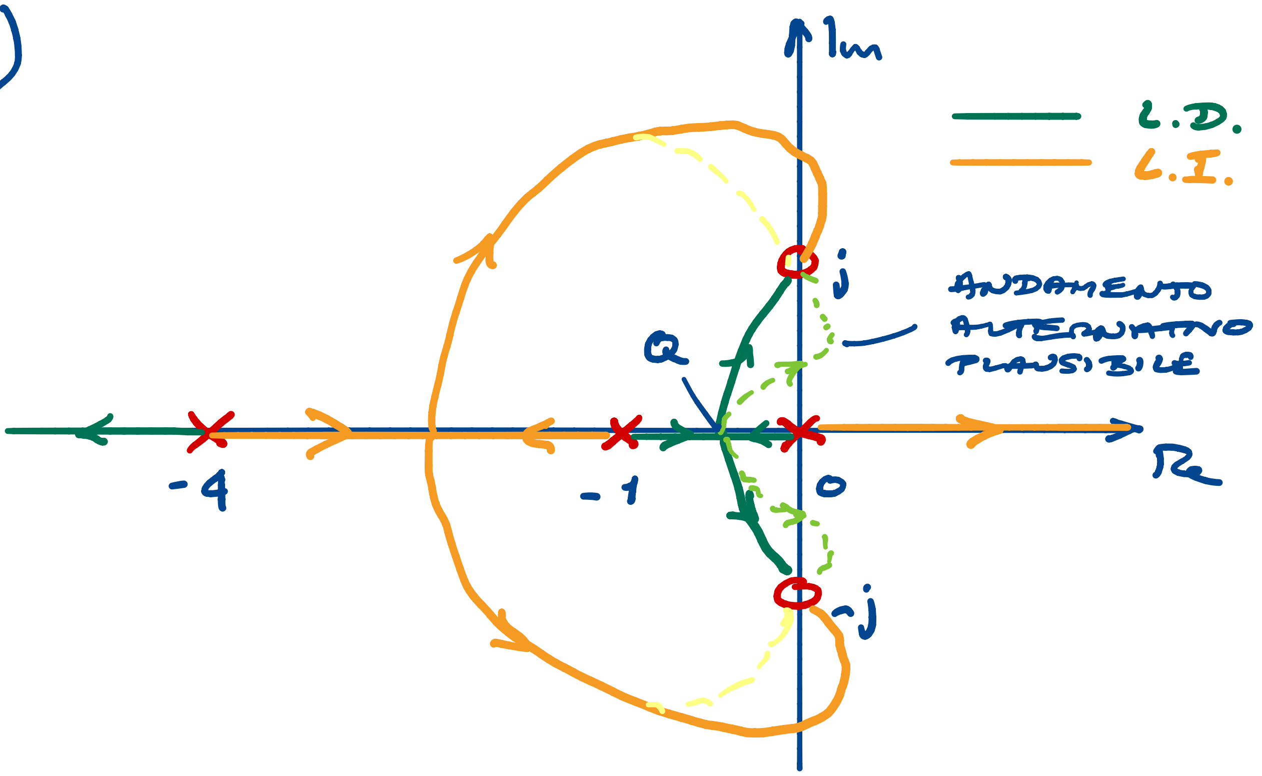
ESERCIZIO 1

Si consideri un sistema con retroazione negativa e funzione d'anello: $L(s) = \frac{\rho(s^2+1)}{(s+1)(s+4)s}$

1.1) Dopo aver tracciato l'andamento qualitativo del *luogo delle radici* diretto e inverso, dire quali conclusioni certe si possono trarre sulla stabilità del sistema al variare del parametro ρ.

1.2) Verificare che due rami del luogo diretto si incrociano sull'asse reale nel punto $s \cong -0.39$. Calcolare poi il valore di ρ per cui ciò accade.

1.1)



- CONCLUSIONI CERTE SULLA STABILITÀ:

$\rho < 0 \implies$ INSTABILITÀ (ALMENO 1 POLO CON Re > 0)

$\rho > 0$ SUFFICIENTEMENTE PICCOLO $\implies$ AS. STABILITÀ

NOTA: NON C'È GARANZIA CHE, PER $\rho > 0$ "GRANDE" I RAMI CONVERGANO AGLI ZERI DA SINISTRA (VEDI GRAFICO IN VERDE CHIARO)

1.2) BASTA VERIFICARE CHE $x \simeq -0.39$ È UN PUNTO DI MASSIMO DELLA FUNZIONE:

$$\gamma(x) = -\frac{x^3+5x^2+4x}{x^2+1}$$

$$\gamma'(x) = \frac{-x^4+x^2-10x-4}{(x^2+1)^2}$$

$$\gamma''(x) = \frac{-6x^5+30x^4+16x^3+20x^2+18x-10}{(x^2+1)^4}$$

$$\left.\begin{array}{l}\gamma'(-0.39) \simeq 0 \\ \gamma''(-0.39) < 0\end{array}\right\} \Longrightarrow x_a = -0.39$$

PUNTO DI MAX

- CALCOLO DI $\bar{\xi}$ IN CORRISPONDENZA DI x_a:

$$\boxed{\bar{\xi} = \frac{0.39 \cdot 0.61 \cdot 3.61}{(1+0.39^2)} \simeq 0.745}$$

ESERCIZIO 2

Si debba progettare un sistema di *controllo decentralizzato* per il processo MIMO descritto dalla seguente matrice di trasferimento:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0.4}{1+2s} & \frac{0.2}{1+s} & \frac{0.8(1+2s)}{1+s} \\ \frac{1+s}{1+2s} & \frac{0.5}{1+5s} & \frac{-1}{1+5s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & G_{13}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & G_{23}(s) \end{bmatrix}$$

2.1) Si dica quali degli ingressi sono più adatti per controllare il processo e quali accoppiamenti ingresso/uscita è meglio selezionare in modo da ridurre le interferenze tra gli anelli di controllo.

2.2) Sulla base della scelta precedente, si disegni lo schema a blocchi del sistema di controllo decentralizzato.

2.3) Si valutino le funzioni di trasferimento da considerare nel progetto dei regolatori se si adotta un *approccio sequenziale*.

2.1) SI PUÒ USARE IL METODO RGA.

$$G(0) = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.2 & 0.8 \\ 1 & 0.5 & -1 \end{bmatrix}$$

- CONSIDERIAMO TUTTE LE COPPIE DI COLONNE (i,j) E GLI ASSOCIATI PARAMETRI λ_{ij}.

$$\lambda_{12} = \frac{-0.2}{-0.4} = 0.5 \qquad \lambda_{2,1} = 1 - \lambda_{1,2} = 0.5$$

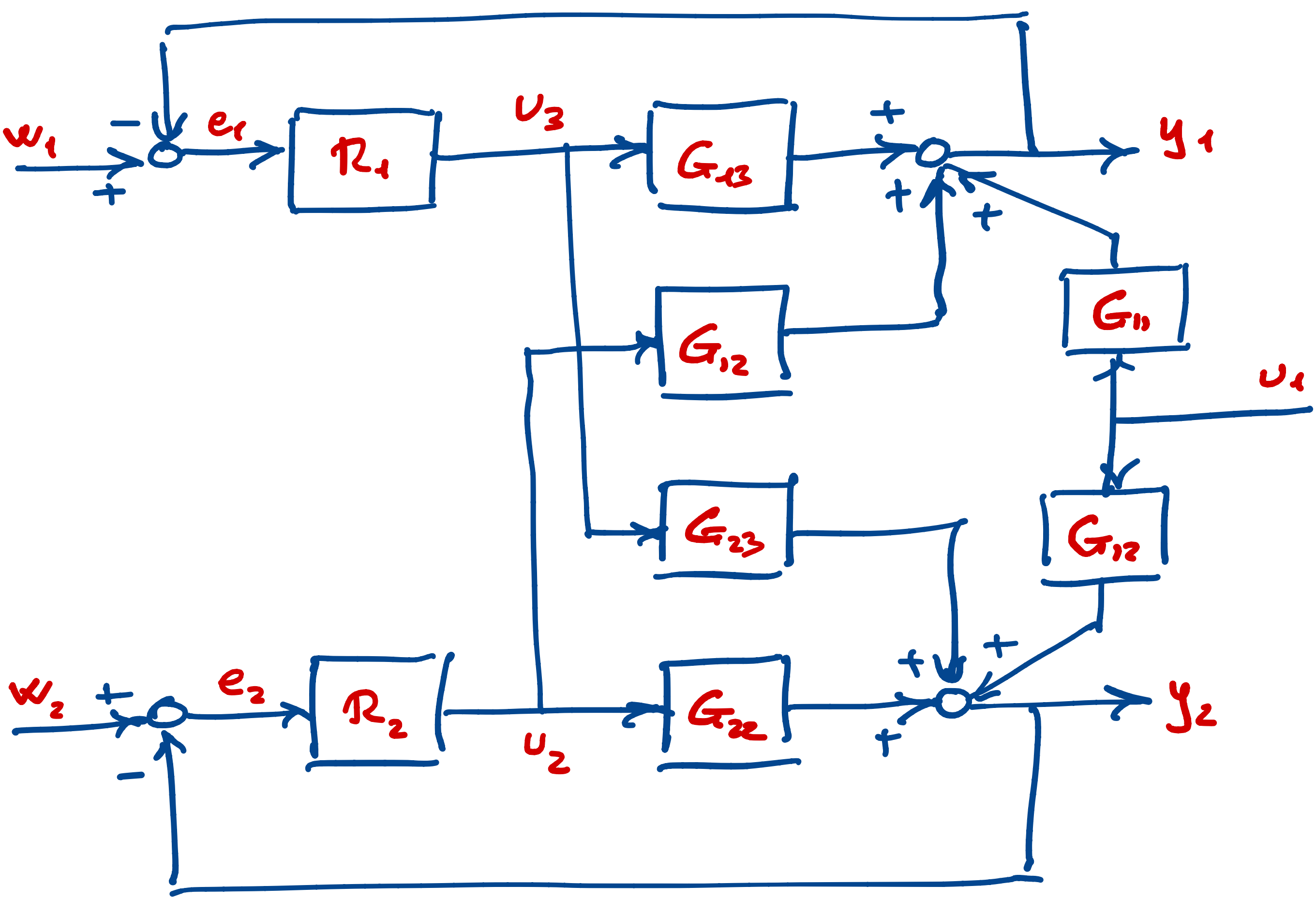
$$\lambda_{13} = \frac{0.4}{-0.4} = -1 \qquad \lambda_{31} = 1 - \lambda_{1,3} = 2$$

$$\lambda_{23} = \frac{-0.2}{-0.6} \simeq 0.33 \qquad \lambda_{32} = 1 - \lambda_{23} \simeq 0.67$$

- IL VALORE PIÙ VICINO A 1 È λ_{32}.

$\Longrightarrow$ MIGLIORI ACCOPPIAMENTI $\{u_3, y_1\}$ $\{u_2, y_2\}$

2.2)



2.3) - PROGETTO DI $R_1(s)$ BASATO SU $G_{13}(s)$

- PROGETTO DI $R_2(s)$ BASATO SU $G^*_{22}(s)$

$$G^*_{22}(s) = G_{22}(s) - \frac{G_{12}(s)\,G_{23}(s)\,R_1(s)}{1 + R_1(s)\,G_{13}(s)}$$

ESERCIZIO 3

Si debba progettare un controllore PI per il processo descritto da:

$$G(s) = \frac{10}{(1+10s)(1+s)}$$

rispettando le seguenti specifiche:

(a) $e(\infty) = 0$ quando il riferimento è uno scalino

(b) pulsazione critica $\omega_c \geq 0.5$

(c) margine di fase $\varphi_m \geq 50°$

(d) tempo di assestamento $t_a \leq 20$

3.1) Si verifichi dapprima che il controllore analogico descritto da:

$$R(s) = \frac{0.06(1+10s)}{s}$$

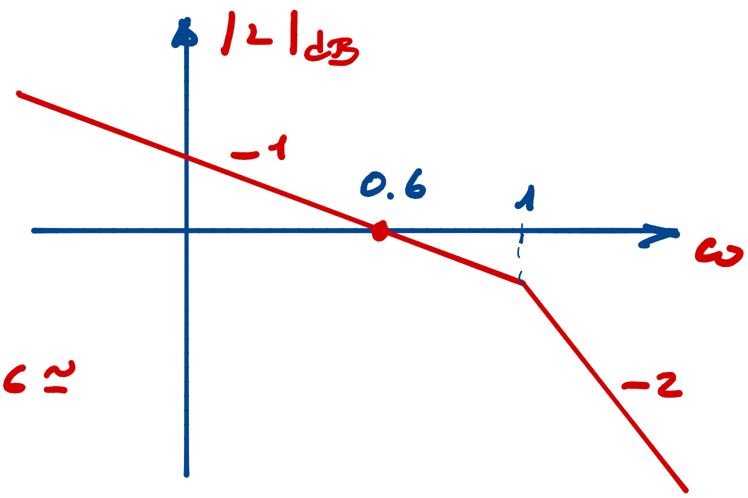
rispetta tutte le specifiche.

3.2) Dopo aver scelto un opportuno valore del periodo di campionamento T, si determini un corrispondente controllore digitale mediante il *metodo di Tustin*.

3.3) Valutare (anche approssimativamente) se il controllore digitale progettato rispetta ancora tutte le specifiche (a) – (d).

3.1) $L(s) = R(s)\,G(s) = \frac{0.6}{s(1+s)}$

(a) AZIONE INTEGRALE (POLO IN $s=0$) OK



(b) $\omega_c \simeq 0.6$ OK

(c) $\varphi_m \simeq 90° - \text{arctg}\, 0.6 \simeq$
$\simeq 59°$ OK

(d) $t_a \simeq \frac{500}{\varphi_m \omega_c} \simeq 14$ OK

3.2) SCELTA DI T

$$\frac{2\pi}{50\omega_c} < T < \frac{2\pi}{5\omega_c} \Rightarrow 0.21 < T < 2.1$$

PER ESEMPIO $\boxed{T=0.5}$

- DISCRETIZZAZIONE CON TUSTIN

$$\boxed{R^*(z)} = R\left(\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}\right) = \cdots\cdots =$$

$$= \boxed{\frac{0.615\,z - 0.585}{z-1}}$$

3.3) VERIFICA SPECIFICHE

(a) AZIONE INTEGRALE (POLO IN $z=1$) OK

(b) $\tilde{\omega}_c \simeq \omega_c \simeq 0.6$ OK

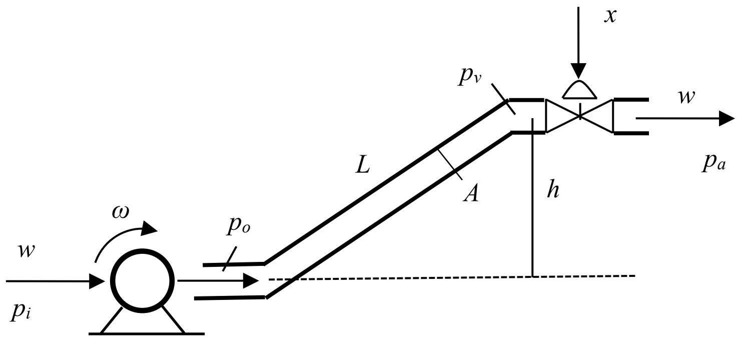
(c) $\tilde{\varphi}_m = \varphi_m - \tilde{\omega}_c \frac{T}{2} \frac{180°}{\pi} \simeq 59° - 9° = 50°$ OK

(ANCHE SE AL LIMITE)

(d) $\tilde{t}_a \simeq \frac{500}{\tilde{\varphi}_m \tilde{\omega}_c} \simeq 17$ OK

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema idraulico schematizzato in figura, dove una pompa (a velocità variabile ω) fa fluire un liquido con portata w attraverso una condotta inclinata, di lunghezza L e sezione A, fino alla quota h. Si indichi con ρ la densità del liquido, con g l'accelerazione di gravità e con p_a la pressione atmosferica in uscita dalla valvola. La valvola è lineare, con parametri k e A_v, e il modello della pompa è $H = \frac{p_o - p_i}{\rho g} = \alpha\omega^2 - \beta w^2$, dove la pressione in ingresso p_i è da considerare costante. Gli ingressi del sistema sono la velocità $\omega(t)$ della pompa e la posizione $x(t)$ della valvola.



4.1) Verificare che il modello dinamico nonlineare del sistema ha la seguente struttura:

$$\dot{w}(t) = -(\varphi(x(t)) + c_1)w^2(t) + c_2\omega^2(t) + c_3$$

Determinare, in funzione dei parametri fisici e geometrici, le costanti c_i , $i = 1,2,3$ e la funzione $\varphi(x)$.

4.2) Calcolare il modello linearizzato nell'intorno di un generico stato di equilibrio.

4.3) Sulla base del modello linearizzato, disegnare lo schema a blocchi di un sistema di controllo in anello chiuso della portata $w(t)$ che utilizzi $\omega(t)$ come variabile manipolabile e che contenga anche una compensazione in anello aperto del disturbo $x(t)$.

4.1) $\dot{w}(t) = -\frac{\rho A g}{L}(z_L^* - z_0^*) - \bar{f} w^2$ CONS. Q.DI MOTO

$w = kA_v x\sqrt{\rho(p_v - p_a)}$ VALVOLA

$\frac{p_o - p_i}{\rho g} = \alpha\omega^2 - \beta w^2$ POMPA

ALTEZZE DI CARICO

$z_L^* = h + \frac{p_v}{\rho g} = h + \frac{p_a}{\rho g} + \frac{w^2}{k^2 A_v^2 x^2 \rho^2 g}$

$z_0^* = \frac{p_o}{\rho g} = \frac{p_i}{\rho g} + \alpha\omega^2 - \beta w^2$

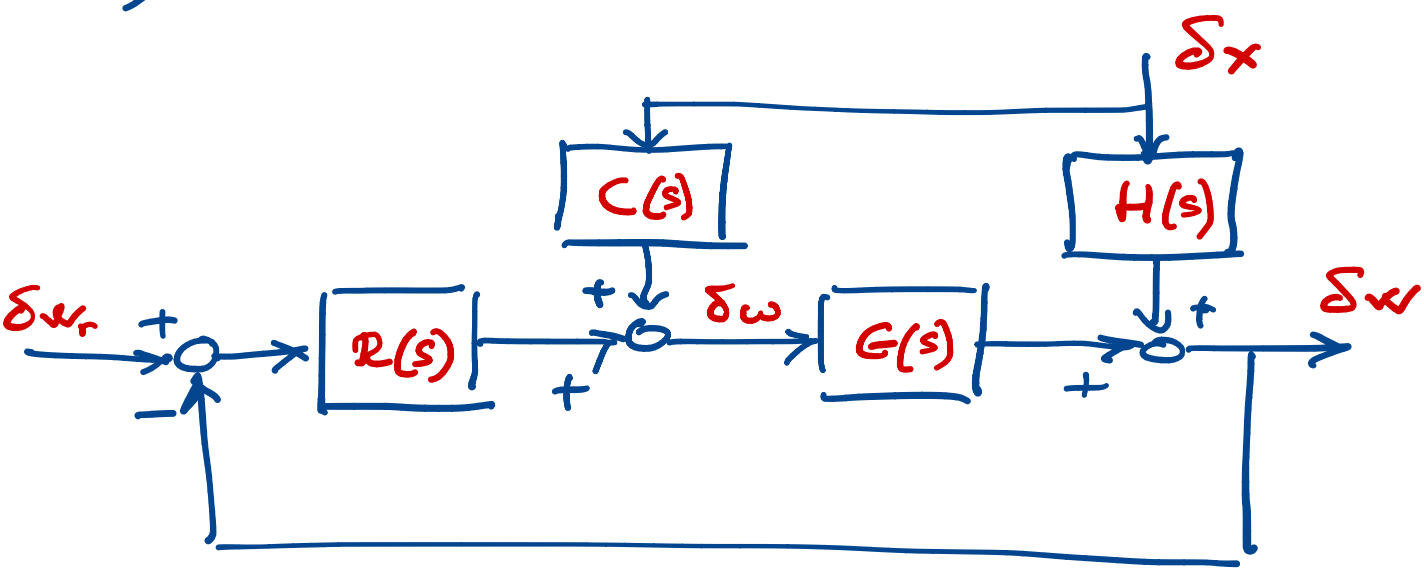
$$\Rightarrow \dot{w} = -\left(\underbrace{\frac{A}{2k^2A_r^2x^2\rho}}_{\varphi(x)} + \underbrace{\frac{\beta\rho A_g}{L} + f}_{c_1}\right)w^2 + \underbrace{\frac{\alpha\rho A_g}{L}}_{c_2}\omega^2 + \underbrace{\frac{A}{2}\left(p_i - p_a - \rho g h\right)}_{c_3}$$

4.2) Modello linearizzato

$$\delta\dot{w} = \underbrace{-2\bar{w}\left(\varphi(\bar{x}) + c_1\right)}_{\alpha_1}\delta w + \underbrace{2c_2\bar{\omega}}_{\alpha_2}\delta\omega \underbrace{- \bar{w}^2\varphi'(\bar{x})}_{\alpha_3}\delta x$$

$$\boxed{\delta\dot{w} = -\alpha_1\delta w + \alpha_2\delta\omega + \alpha_3\delta x}$$

4.3) Sistema di controllo



$$G(s) = \frac{\alpha_2}{s+\alpha_1}, \quad H(s) = \frac{\alpha_3}{s+\alpha_2}$$

$$C(s) = -\frac{\alpha_3}{\alpha_2}$$