ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema retroazionato negativamente con funzione d'anello

$$L(s) = \frac{\rho(s+2)(s+\alpha)}{(s^2-1)(s+3)}$$

dove ρ è un parametro reale e α è un parametro reale positivo.

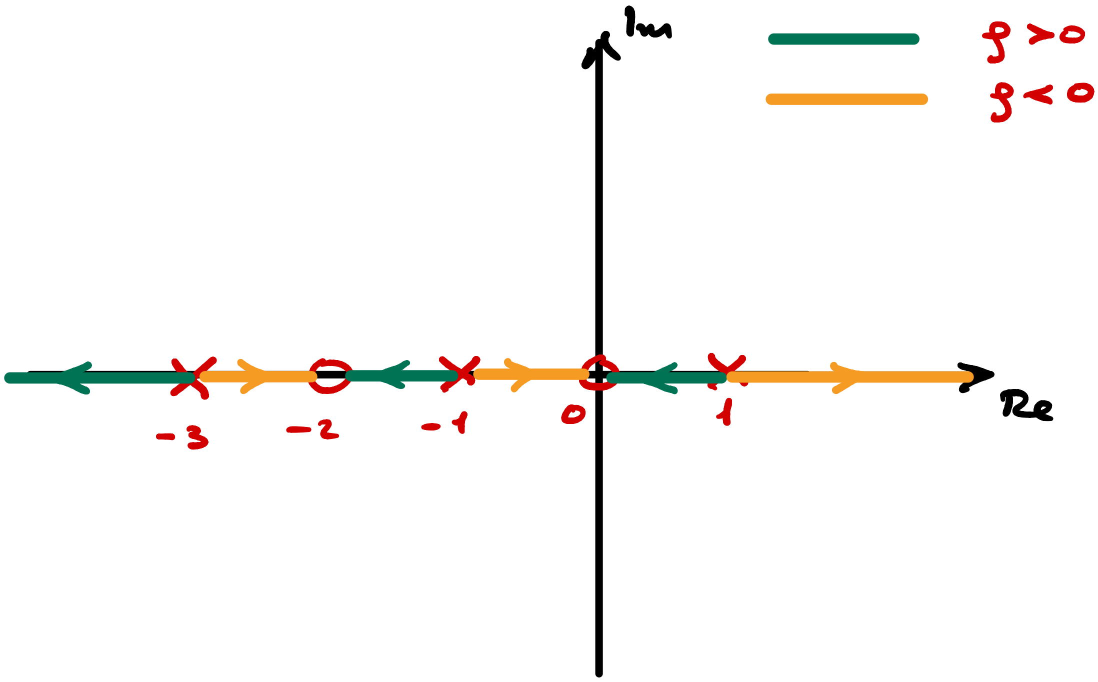
1.1) Ponendo $\alpha = 0$, disegnare il luogo delle radici e verificare che non esiste alcun valore di ρ per cui il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

1.2) Ponendo ora $\alpha = 0.5$, determinare, usando ancora il luogo delle radici, tutti i valori di ρ per cui il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

1.3) Verificare che, per tutti i valori di α nell'intervallo $[0,1]$, la risposta allo scalino del sistema retroazionato non presenta oscillazioni per alcun valore del parametro ρ .

1.1

$$L(s) = \frac{\rho(s+2)s}{(s+1)(s-1)(s+3)}$$



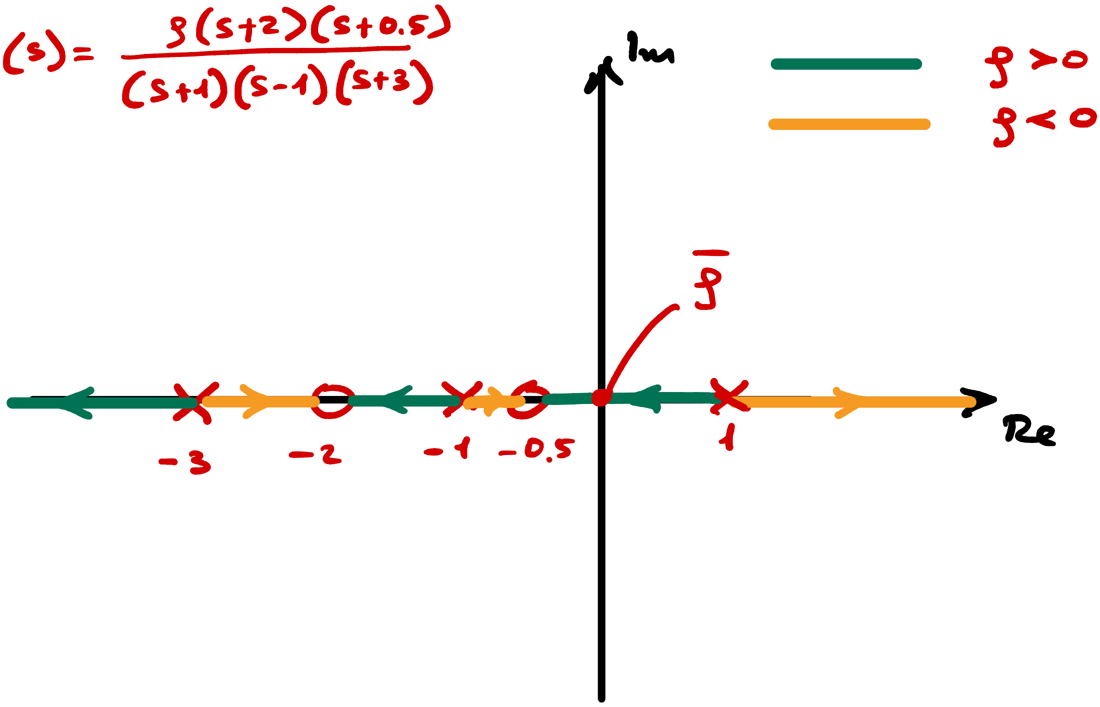
– SIA NEL LUOGO DIRETTO, SIA NEL LUOGO INVERSO UN RAMO È TOTALMENTE NEL SEMIPIANO DESTRO

$\Downarrow$

$\nexists\, \rho$: SISTEMA RETROAZ. È ASINTOTICAMENTE STABILE

1.2

$$L(s) = \frac{\rho(s+2)(s+0.5)}{(s+1)(s-1)(s+3)}$$



- PER $\rho < 0$: SIST. INSTABILE
- PER $\rho > 0$: SIST. AS. STABILE $\iff \rho > \bar{\rho}$

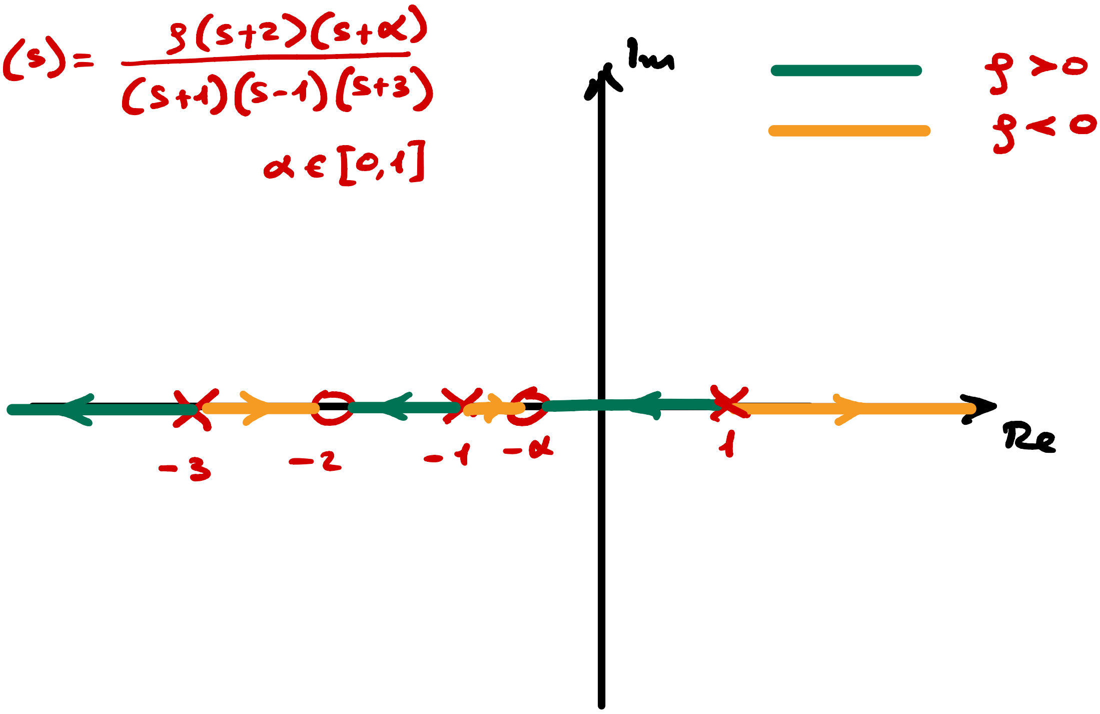
$$\bar{\rho} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 0.5} = 3$$

AS. STAB. $\iff \rho > 3$

1.3

$$L(s) = \frac{\rho(s+2)(s+\alpha)}{(s+1)(s-1)(s+3)}$$

$\alpha \in [0,1]$



NON CI SONO RAMI COMPLESSI

$\Rightarrow$ POLI IN A.C. REALI $\forall \rho$ $\Rightarrow$ NO OSCILLAZIONI

ESERCIZIO 2

Si debba controllare il sistema con funzione di trasferimento $G(s) = 0.6e^{-2s}$.

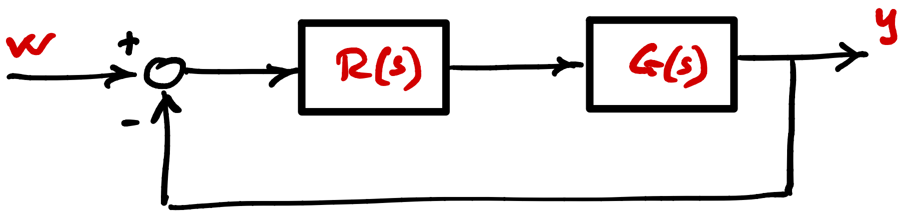
2.1) Usando dapprima uno schema di controllo "standard", si progetti un regolatore $R(s)$, dotato di azione integrale, in grado di garantire una pulsazione critica $\omega_c \geq 0.3$ e un margine di fase $\varphi_m \cong 45°$.

2.2) Si progetti ora uno schema a predittore di Smith che assicuri le stesse prestazioni statiche e una pulsazione critica "fittizia" ω_c' doppia rispetto alla ω_c ottenuta al punto precedente.

2.3) Con riferimento ai due progetti precedenti, disegnare qualitativamente le risposte della variabile controllata a un riferimento a scalino unitario, valutando in particolare il tempo di assestamento complessivo nei due casi.

2.4) Ricavare un'approssimazione razionale del regolatore di Smith ottenuto al punto 2.2, precisando i limiti di validità di tale approssimazione.

2.1



- SCEGLIAMO, PER ESEMPIO,

$$R(s) = \frac{\mu}{s}, \quad \mu > 0$$

- SI OTTIENE $L(s) = \frac{0.6\mu}{s} e^{-2s} \Rightarrow \begin{cases} \omega_c = 0.6\mu \\ \varphi_m = 90° - 2\omega_c \frac{180°}{\pi} \end{cases}$

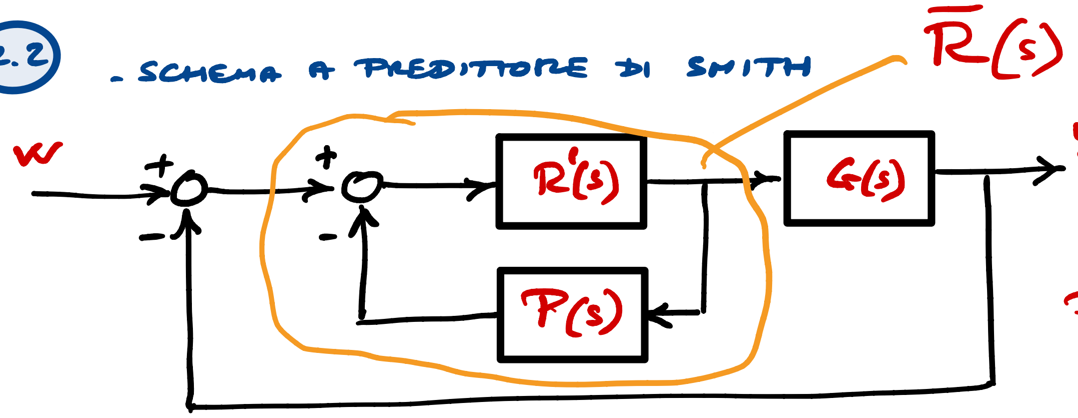
- IMPONIAMO

$$\varphi_m = 45° \Rightarrow \omega_c = \frac{\pi}{8} \simeq 0.4 = 0.6\mu \Rightarrow \mu = \frac{2}{3}$$

- QUINDI, UNA SOLUZIONE È

$$\boxed{R(s) = \frac{2/3}{s}} \Rightarrow \begin{cases} \omega_c = 0.4 \\ \varphi_m \simeq 45° \end{cases}$$

2.2 - SCHEMA A PREDITTORE DI SMITH



$G'(s)$

$G(s) = 0.6\, e^{-2s}$

$P(s) = 0.6\left(1 - e^{-2s}\right)$

$R'(s)$ VA PROGETTATO SU $G'(s) = 0.6$, IMPONENDO $\omega_c' = 2\omega_c = 0.8$

- SCEGLIAMO, PER ESEMPIO, $R'(s) = \dfrac{\mu'}{s}$
- SI OTTIENE $L'(s) = \dfrac{0.6\mu'}{s} \Longrightarrow \begin{cases} \omega_c' = 0.6\mu' = 0.8 \Rightarrow \mu' = \dfrac{4}{3} \\ \varphi_m' = 90^\circ \end{cases}$
- QUINDI, $R'(s) = \dfrac{4/3}{s}$ SODDISFA LE SPECIFICHE.

$$\Longrightarrow \boxed{\bar{R}(s)} = \frac{R'(s)}{1 + R'(s)P(s)} = \boxed{\frac{4/3}{s + 0.8\left(1 - e^{-2s}\right)}}$$

2.3

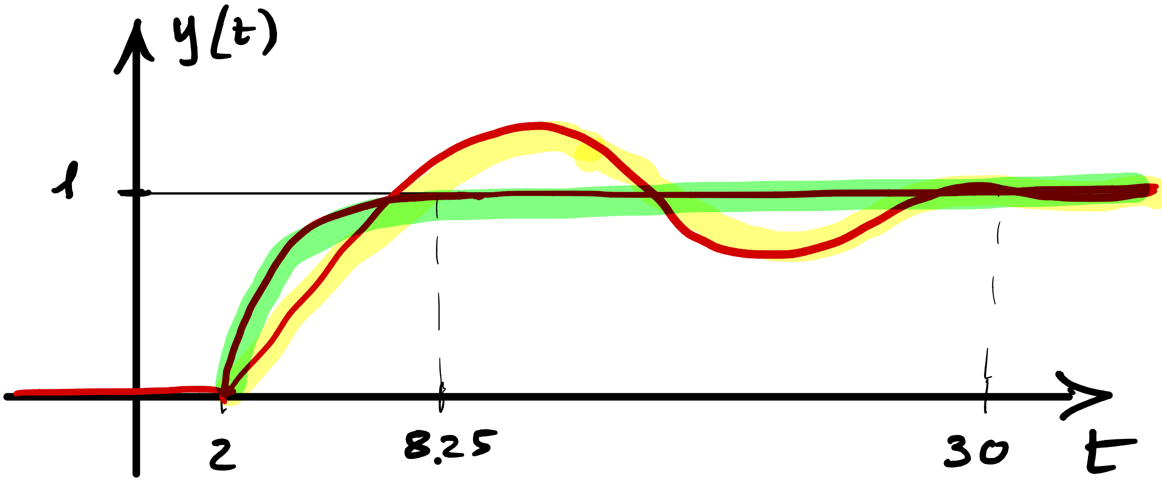
- CON $R(s)$ $\quad \omega_c = 0.4$, $\varphi_m \simeq 45^\circ$

$t_a \simeq \dfrac{500}{\varphi_m \omega_c} \simeq \dfrac{500}{18} \simeq 28 \qquad t_{ac} = t_a + \tau \simeq 30$

TEMPO ASS. COMPLESSIVO

- CON $\bar{R}(s)$ $\quad \omega_c' = 0.8$, $\varphi_m' = 90^\circ$

$\bar{t}_a \simeq \dfrac{5}{\omega_c'} = 6.25 \qquad \bar{t}_{ac} = \bar{t}_a + \tau = 8.25$



2.4

- APPROSSIMANTE DI PADÈ $\quad e^{-2s} \simeq \frac{1-s}{1+s}$

- APPROSSIMAZIONE DI $\bar{R}(s)$

$$\boxed{\tilde{R}(s) =} \frac{4/3}{s+0.8\left(1-\frac{1-s}{1+s}\right)} = \frac{\frac{4}{3}(1+s)}{s(s+2.6)} \simeq \dots$$

$$\boxed{\dots \simeq 0.51 \frac{1+s}{s(1+0.38s)}}$$

- È UNA VALIDA APPROSSIMAZIONE PER

$$\omega \in [0, 1/2] = [0, 0.5]$$

- POICHÈ $\omega_c' = 0.8 > 0.5$ CI SI ASPETTA UN DEGRADO DELLE PRESTAZIONI RISPETTO A $\bar{R}(s)$

ESERCIZIO 3

Si consideri il regolatore digitale, che opera con periodo di campionamento $T = 0.5$, descritto dal seguente algoritmo di controllo:

$$u^*(k) = 0.4u^*(k-1) + 0.1e^*(k-2)$$

3.1) Calcolare la funzione di trasferimento a tempo discreto $R^*(z)$ di tale regolatore digitale.

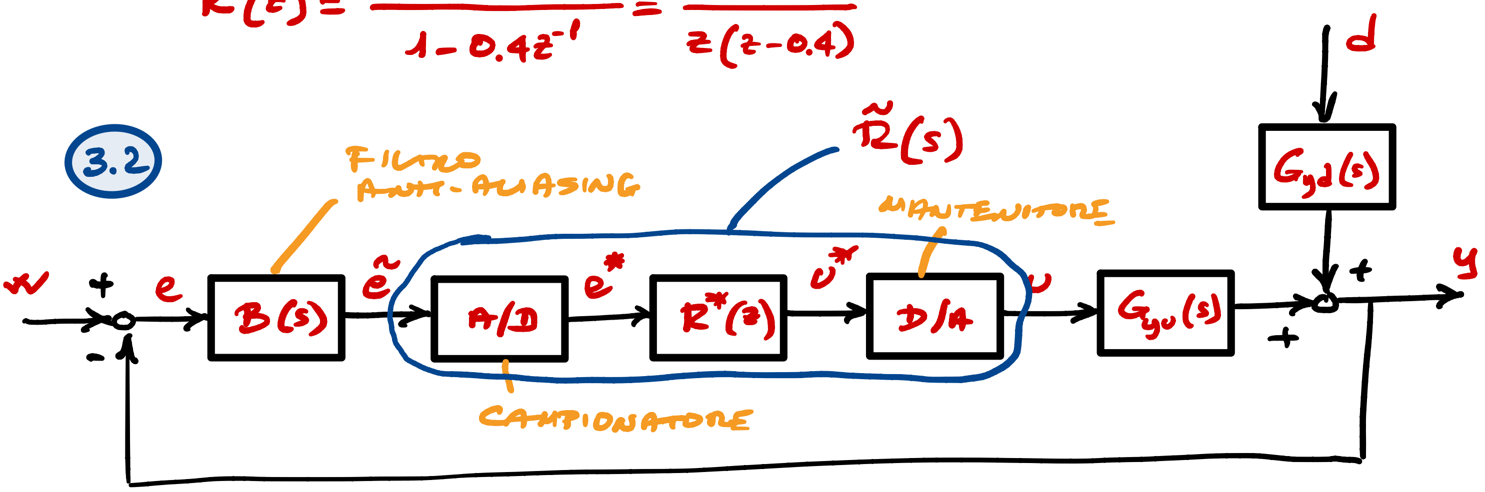
3.2) Disegnare lo schema a blocchi di un sistema di controllo digitale (a campionamento dell'errore) in cui tale regolatore digitale serve a controllare un processo definito dalle due funzioni di trasferimento $G_{yu}(s)$ e $G_{yd}(s)$, che descrivono rispettivamente l'effetto sulla variabile controllata $y(t)$ dell'ingresso manipolabile $u(t)$ e del disturbo $d(t)$.

3.3) Ricavare la funzione di trasferimento a tempo continuo "equivalente" $\tilde{R}(s)$ che permetterebbe di analizzare la stabilità e le prestazioni del sistema di controllo digitale con le tecniche proprie dei sistemi a tempo continuo.

3.1

$$R^*(z) = \frac{0.1z^{-2}}{1-0.4z^{-1}} = \frac{0.1}{z(z-0.4)}$$

3.2



3.3

$$\tilde{R}(s) \simeq \frac{H_0(s)}{T} R^*(e^{sT}) = \frac{1-e^{-sT}}{sT}\cdot\frac{0.1}{e^{sT}(e^{sT}-0.4)} =$$

$$= \frac{1-e^{-0.5s}}{0.5s}\cdot\frac{0.1}{e^{0.5s}(e^{0.5s}-0.4)}$$

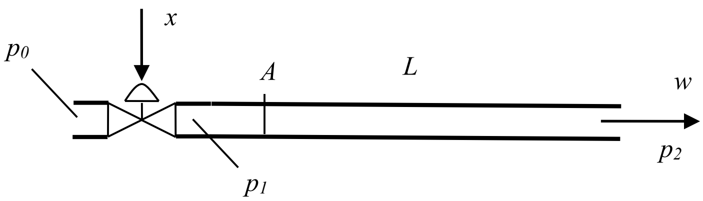
- IN $[0, \omega_s/2] = [0, 2\pi]$ VALE ANCHE L'APPROSSIMAZIONE

$$\tilde{R}(s) \simeq e^{-sT/2} R^*(e^{sT}) = \frac{0.1e^{-0.25s}}{e^{0.5s}(e^{0.5s}-0.4)} =$$

$$= \frac{0.1e^{-0.75s}}{e^{0.5s}-0.4}$$

ESERCIZIO 4

Si consideri il processo idraulico mostrato in figura, costituito da una condotta orizzontale di lunghezza L e sezione A e da una valvola con caratteristica lineare. Si vuole controllare la portata $w(t)$ mediante la posizione $x(t)$ della valvola, considerando la pressione a monte $p_0(t)$ come un disturbo. La pressione in uscita dalla condotta è invece costante e convenzionalmente posta a $p_2 = 0$. Si indichi con ρ la densità del liquido e con $\bar{f}$ il coefficiente di attrito nella condotta.



4.1) Ricavare il modello dinamico nonlineare del processo.

4.2) Determinare in funzione dei parametri originali, le costanti μ e τ della funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{\mu}{1+s\tau}$$

che descrive il legame linearizzato tra $\delta x(t)$ e $\delta w(t)$. Attraverso un'analisi dimensionale, verificare che la costante τ ha effettivamente la dimensione di un tempo.

4.3) Disegnare lo schema a blocchi di uno schema di controllo in anello chiuso per la regolazione di portata, supponendo che l'attuatore della valvola sia descritto dalla funzione di trasferimento $A(s)$ e il misuratore di portata sia descritto dalla funzione di trasferimento $T(s)$.

4.4) Supponendo di voler utilizzare un controllore PI per la regolazione di portata, spiegare perché sarebbe importante adottare una configurazione anti-windup di tale controllore.

4.1 . CONDOTTA: $\dot{w} = -\frac{\rho A g}{L}\underbrace{(z_2^* - z_1^*)}_{\frac{1}{\rho g}(p_2 - p_1)} - \bar{f} w^2$ $\quad p_2 = 0$

. VALVOLA: $w = k A_v x \sqrt{\rho(p_0 - p_1)} \Rightarrow p_1 = p_0 - \frac{w^2}{\rho k^2 A_v^2 x^2}$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{w}(t) = \frac{A}{L} p_0(t) - w^2(t)\left(\frac{A}{L\rho k^2 A_v^2 x^2(t)} + \bar{f}\right)}$$

4.2

- MODELLO LINEARIZZATO

$$\delta\dot{w}(t) = -\alpha\,\delta w(t) + \beta\,\delta x(t) + \gamma\,\delta p_0(t)$$

$$\begin{cases} \alpha = 2\bar{w}\left(\dfrac{A}{L\rho k^2 A_v^2 \bar{x}^2} + \bar{f}\right) \\ \beta = \dfrac{2\bar{w}^2 A}{L\rho k^2 A_v^2 \bar{x}^3} \\ \gamma = \dfrac{A}{L} \end{cases}$$

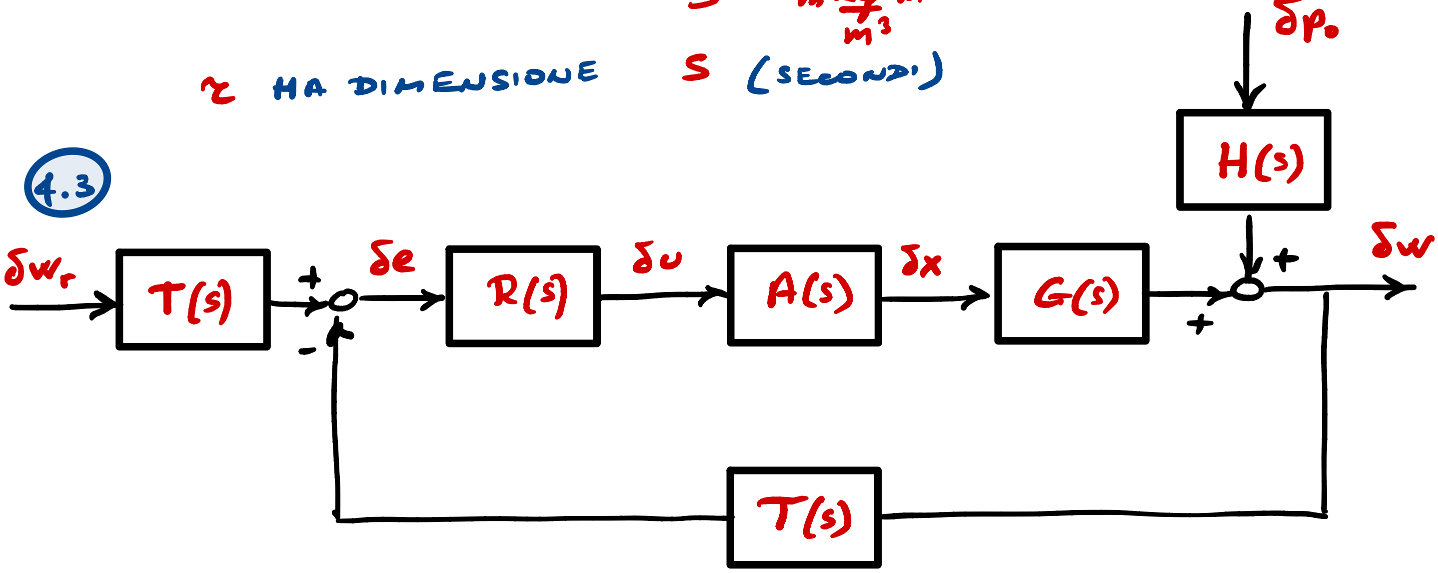
$$G(s) = \frac{\beta}{s+\alpha} \Longrightarrow \begin{cases} \tau = \dfrac{1}{\alpha} \\ \mu = G(0) = \dfrac{\beta}{\alpha} \end{cases}$$

- USANDO UNITÀ DI MISURA STANDARD:

α HA DIMENSIONE $\dfrac{kg}{s} \cdot \dfrac{m^2}{m \frac{kg}{m^3} m^4} = \dfrac{1}{s}$

τ HA DIMENSIONE s (SECONDI)

4.3

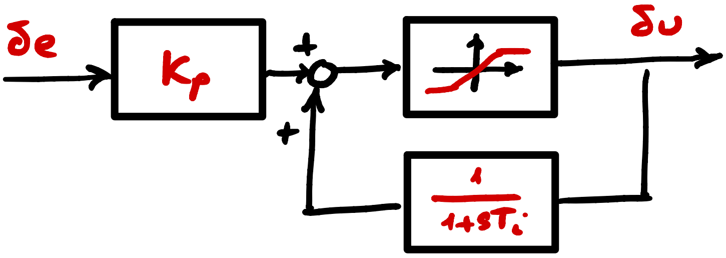


$$H(s) = \frac{\gamma}{s+\alpha}$$

4.4

$$R(s) = \frac{K_p}{T_i}\,\frac{1+sT_i}{s} \quad \text{PI}$$

- CONFIGURAZIONE ANTI-WINDUP



. $\delta x(t)$ È LIMITATA

- IN PRESENZA DI SATURAZIONE SULLA VARIABILE DI CONTROLLO δx, TALE CONFIGURAZIONE CONSENTE DI EVITARE IL FENOMENO DI WIND-UP, RENDENDO PIÙ RAPIDA L'USCITA DALLA SATURAZIONE.