ESERCIZIO 1

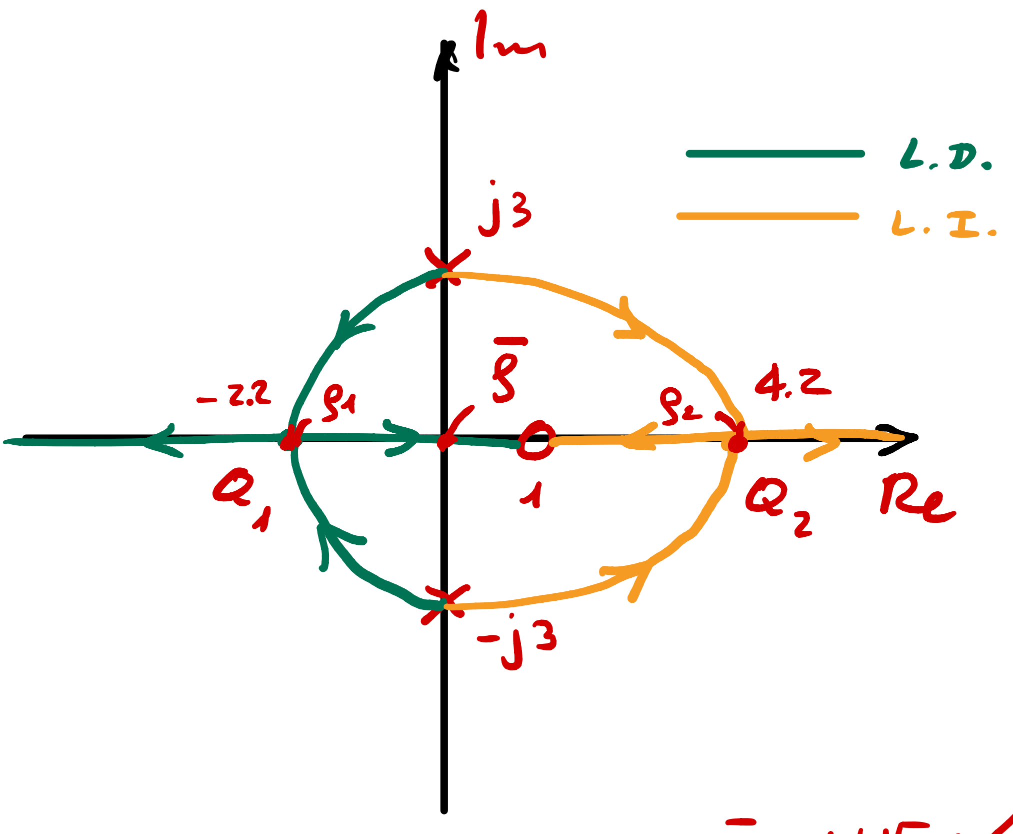
Si consideri un sistema con retroazione negativa e funzione d'anello: $L(s) = \frac{\rho(s-1)}{s^2+9}$.

1.1) Disegnare l'andamento qualitativo del *luogo delle radici* diretto e inverso.

1.2) Valutare la posizione dei punti di incrocio dei rami del luogo sull'asse reale e determinare per quali valori di ρ si ottengono.

1.3) Sulla base del luogo delle radici discutere la stabilità del sistema retroazionato al variare del parametro ρ. In particolare, dire se il margine di guadagno k_m del sistema quando $\rho = 1$ è maggiore o minore di 10.

1.1)



1.2)

$$\gamma(x) = -\frac{D(x)}{N^*(x)} = -\frac{x^2+9}{x-1}$$

$$\bar{x} = 1 \pm \sqrt{10} \simeq \begin{cases} -2.2 \\ 4.2 \end{cases}$$

$$\gamma'(x) = \dots\dots = \frac{x^2-2x-9}{(x-1)^2} = 0$$

$$x_{Q_1} \simeq -2.2 \qquad \rho_1 \simeq \frac{9+4.84}{3.2} \simeq 4.32$$

$$x_{Q_2} \simeq 4.2 \qquad \rho_2 \simeq -\frac{9+17.64}{3.2} \simeq -8.32$$

1.3)

AS. STAB. $\Longleftrightarrow$ $0 < g < \bar{g}$

$$\bar{g} = \frac{3 \cdot 3}{1} = 9$$

- CON $g = 1$, $L(s) = \dfrac{s-1}{s^2+9}$

- IL MARGINE DI GUADAGNO È IL MASSIMO FATTORE MOLTIPLICATIVO CHE SI PUÒ APPLICARE A $L(s)$ PRIMA DI PERDERE LA STABILITÀ.

- QUINDI

$$k_m = \bar{g} = 9 < 10$$

ESERCIZIO 2

Si consideri un regolatore digitale che opera negli istanti di campionamento kT, con $T = 0.1$, secondo il seguente algoritmo:

$$u^*(k) = u^*(k-1) + 0.4e^*(k-2)$$

2.1) Ricavare la funzione di trasferimento $R^*(z)$ del regolatore digitale e valutarne l'efficacia dal punto di vista delle prestazioni statiche.

2.2) Supponendo che $R^*(z)$ sia stata ottenuta da un regolatore analogico di riferimento mediante il *metodo di Eulero in avanti*, determinare la funzione di trasferimento $R^o(s)$ di tale regolatore analogico.

2.3) Confrontare $R^o(s)$ con la funzione di trasferimento $\tilde{R}(s)$ che approssima il comportamento del regolatore digitale (tenendo conto di campionatore e mantenitore) e verificare che, a bassa frequenza, risulta $R^o(j\omega) \cong \tilde{R}(j\omega)$.

2.4) Valutare quale sarebbe il massimo valore della pulsazione critica ω_c ragionevolmente ottenibile con il regolatore digitale nel controllo di un generico sistema.

2.1) $R^*(z) = \dfrac{0.4}{z(z-1)}$

LA PRESENZA DEL POLO IN $z=1$ ASSICURA UN'AZIONE INTEGRALE $\longrightarrow$ OTTIMA PRECISIONE STATICA IN RISPOSTA A UNO SCALINO.

2.2) EA $\quad s = \dfrac{z-1}{T} \longrightarrow z = 1 + sT = 1 + 0.1s$

$$R^o(s) = R^*(1+0.1s) = \frac{0.4}{(1+0.1s)0.1s} = \frac{4}{s(1+0.1s)}$$

2.3) $\tilde{R}(s) = \frac{H_0(s)}{T} R^*(e^{sT}) = \frac{1-e^{-sT}}{sT} \frac{0.4}{e^{sT}(e^{sT}-1)} =$

$$= \frac{0.4\, e^{-2sT}}{sT} = \frac{4 e^{-0.2s}}{s}$$

OPPURE

$$\tilde{R}(s) \simeq e^{-sT/2} R^*(e^{sT}) = \frac{0.4\, e^{-\frac{3T}{2}s}}{e^{sT}-1} =$$

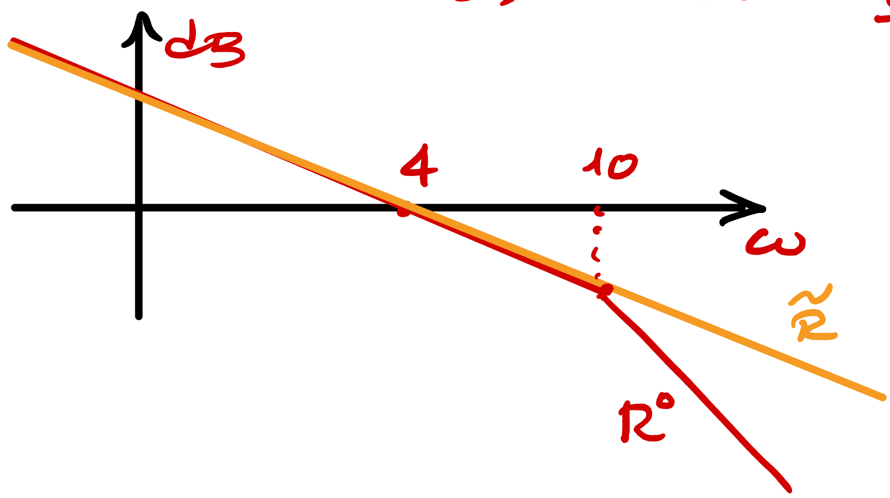
$$= \frac{0.4\, e^{-0.15s}}{e^{0.1s}-1}$$

- CONFRONTO

$$R^0(s) = \frac{4}{s(1+0.1s)} \quad , \quad \tilde{R}(s) = \frac{4e^{-0.2s}}{s}$$

A BASSA FREQUENZA,

$$R^0(s) \simeq \tilde{R}(s) \simeq \frac{4}{s}$$

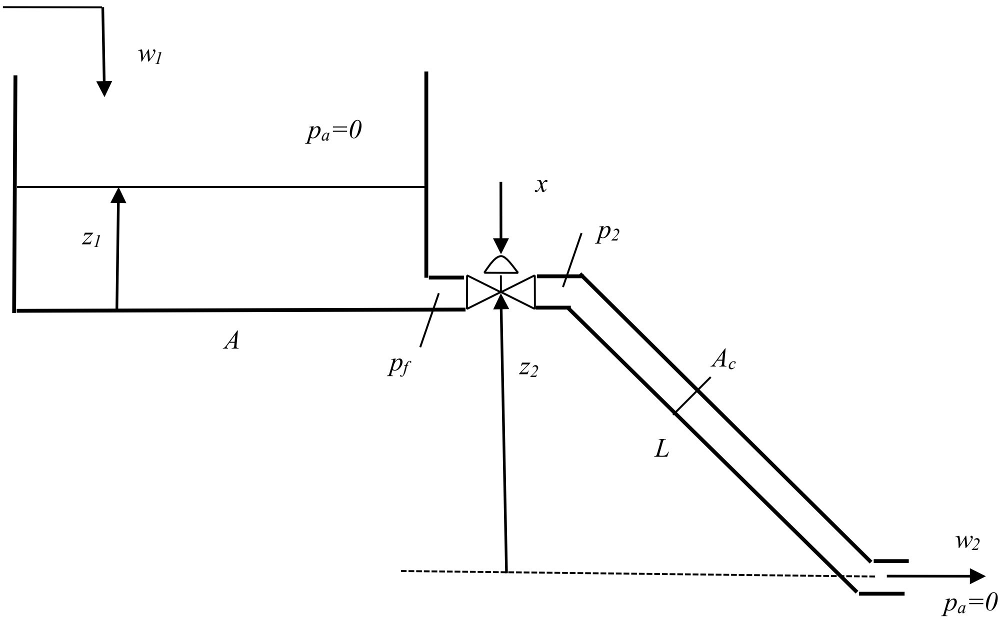


2.4) $\omega_s = \frac{2\pi}{T} > 5\omega_c$

$$\Longrightarrow \omega_c < \frac{2\pi}{5T} = 4\pi \simeq 12.6$$

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema idraulico mostrato in figura. Si desidera controllare congiuntamente il livello $z_1(t)$ nel serbatoio e la portata $w_2(t)$ in uscita, usando come variabili manipolabili la portata $w_1(t)$ e la posizione $x(t)$ della valvola. La valvola è supposta lineare con parametri k e A_v . Si trascuri l'attrito nella condotta. Si indichi con ρ la densità del liquido, con g l'accelerazione di gravità e con $p_a = 0$ la pressione atmosferica.



3.1) Ricavare il modello dinamico nonlineare del sistema.

3.2) Il modello ottenuto mediante linearizzazione nell'intorno di un dato equilibrio è dato da:

$$\delta \dot{z}_1(t) = \alpha_1 \delta w_1(t) + \alpha_2 \delta w_2(t)$$
$$\delta \dot{w}_2(t) = \beta_1 \delta z_1(t) + \beta_2 \delta w_2(t) + \beta_3 \delta x(t)$$

Si calcolino i parametri α_i, β_i, indicando quali di essi sono intrinsecamente positivi e quali dipendono dallo stato di equilibrio considerato.

3.3) Sulla base del modello linearizzato calcolare la matrice di trasferimento tra gli ingressi δw_1 e δx e le uscite δz_1 e δw_2.

3.4) Supponendo di voler realizzare un sistema di *controllo decentralizzato*, determinare quali sono i migliori accoppiamenti ingresso/uscita.

3.5) Disegnare lo schema a blocchi del sistema di controllo decentralizzato.

3.1)

$$\boxed{\dot{z}_1 = \frac{1}{\rho A}(w_1 - w_2)}$$

CONS. MASSA

$$w_2 = k A_v x \sqrt{\rho (p_f - p_2)}$$

$$p_f = \rho g z_1$$

$$p_2 = \rho g z_1 - \frac{w_2^2}{k^2 A_v^2 x^2 \rho}$$

$$\dot{w}_2 = -\frac{\rho A_c g}{L}(z_L^* - z_0^*)$$

CONS. QUANTITÀ MOTO

$$z_L^* = 0$$

$$z_0^* = z_2 + \frac{p_2}{\rho g}$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{w}_2 = \frac{\rho A_c g}{L}(z_2 + z_1) - \frac{A_c}{L}\frac{w_2^2}{k^2 A_v^2 x^2 \rho}}$$

3.2)

$$\alpha_1 = \frac{1}{\rho A} > 0 \qquad \alpha_2 = -\frac{1}{\rho A} < 0$$

$$\beta_1 = \frac{\rho A_c g}{L} > 0 \qquad \beta_2 = -\frac{2 A_c \bar{w}_2}{L k^2 A_v^2 \bar{x}^2 \rho} < 0$$

$$\beta_3 = \frac{2 A_c \bar{w}_2^2}{L k^2 A_v^2 \bar{x}^3 \rho} > 0$$

- POSITIVI: $\alpha_1, \beta_1, \beta_3$

- DIPENDONO DALL'EQUILIBRIO: β_2, β_3

3.3)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \beta_3 \end{bmatrix}$$

$$C = I$$

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B =$$

$$= \frac{1}{s^2 - \beta_2 s - \alpha_2 \beta_1} \begin{bmatrix} \alpha_1 (s - \beta_2) & \alpha_2 \beta_3 \\ \alpha_1 \beta_1 & \beta_3 s \end{bmatrix}$$

3.4)

$$G(0) = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha_1 \beta_2}{\alpha_2 \beta_1} & -\frac{\beta_3}{\beta_1} \\ -\frac{\alpha_1}{\alpha_2} & 0 \end{bmatrix}$$

DOVUTO AL DERIVATORE

METODO RGA

$\lambda = 0 \implies$ MIGLIORI ACCOPPIAMENTI

$\{w_1, w_2\}, \{x, z_1\}$

4.4) CONTROLLO DECENTRALIZZATO