ESERCIZIO 1

Si debba controllare in anello chiuso un sistema descritto dalla funzione di trasferimento $G(s) = \frac{20}{1-0.4s}$.

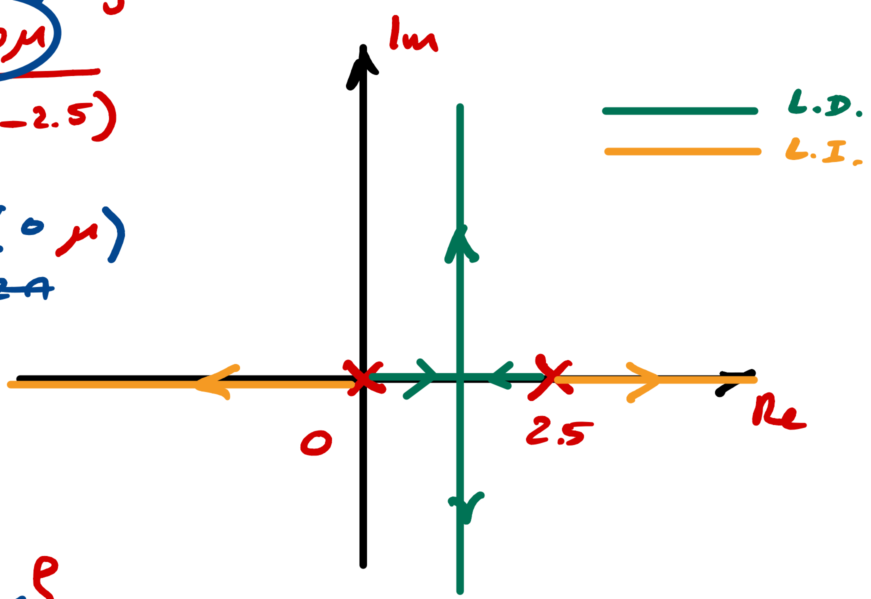
1.1) Mediante il *luogo delle radici*, mostrare che non è possibile stabilizzare il sistema con il regolatore $R(s) = \frac{\mu}{s}$, dove μ è un parametro reale.

1.2) Ancora mediante il *luogo delle radici*, mostrare che è invece possibile stabilizzare il sistema con il regolatore $R(s) = \frac{\mu(1+0.5s)}{s}$, con una scelta opportuna del parametro reale μ .

1.3) Determinare un valore di μ per cui il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile e ha un tempo di assestamento $t_a < 4$.

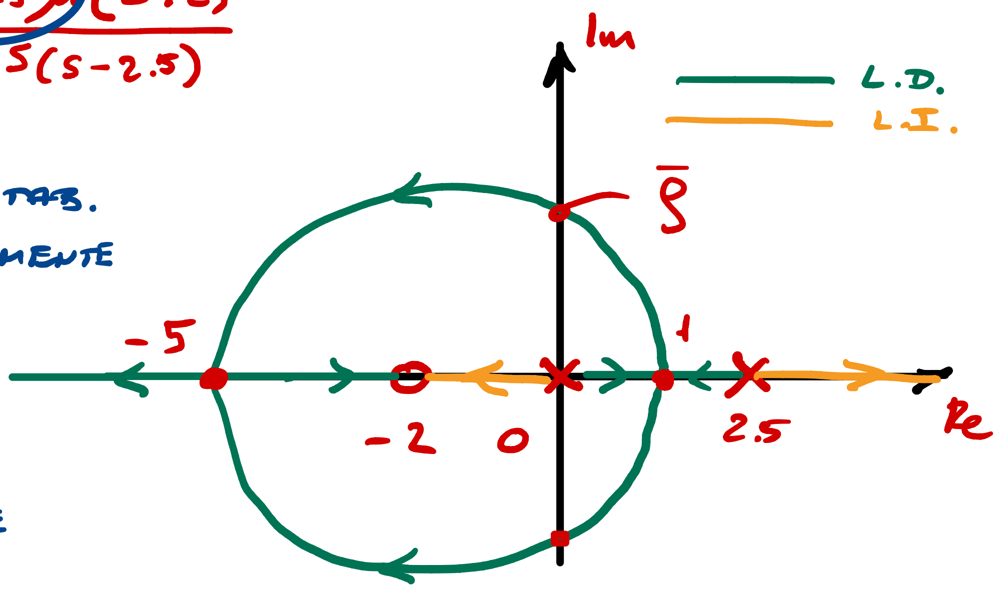
1.1) $L(s) = \frac{\overbrace{-50\mu}^{\rho}}{s(s-2.5)}$

NON ESISTE ρ (o μ) CHE STABILIZZA



1.2) $L(s) = \frac{\overbrace{-25\mu}^{\rho}(s+2)}{s(s-2.5)}$

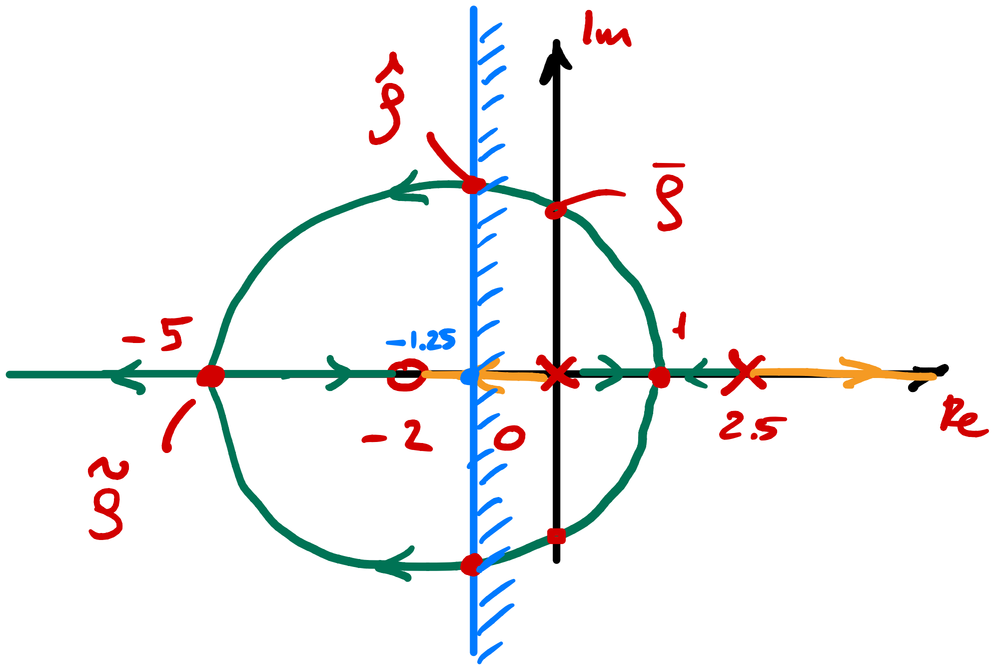
- IL SISTEMA È AS. STAB. PER ρ SUFFICIENTEMENTE GRANDE ($\rho > \bar{\rho}$) OVVERO PER $\mu < 0$ CON $|\mu|$ SUFF. GRANDE



1.3) $t_a < 4 \implies \dfrac{5}{|Re(s_i(\rho))|} < 4$

$$|Re(s_i(\rho))| > 1.25$$

OVVERO I POLI DEVONO ESSERE A SINISTRA DELLA RETTA VERTICALE CON ASCISSA -1.25



- IL VINCOLO È RISPETTATO PER $\rho > \hat{\rho}$, PER ESEMPIO

$$\rho = \tilde{\rho} = \frac{5 \cdot 7.5}{3} = 12.5$$

$$\tilde{\mu} = -\frac{\tilde{\rho}}{25} = -0.5$$

ESERCIZIO 2

In un sistema di controllo digitale che opera con periodo di campionamento $T = 5$, la funzione di trasferimento del sistema a segnali campionati che descrive il processo da controllare è data da:

$$G^*(z) = \frac{z+1}{(z-1)(z-0.2)}$$

2.1) Si valutino i poli della funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema a tempo continuo.

2.2) Si supponga di utilizzare il seguente regolatore digitale:

$$u^*(k) = \alpha u^*(k-1) + 0.5e^*(k) - 0.1e^*(k-1)$$

Ponendo inizialmente $\alpha = 0$, si verifichi che il sistema di controllo risultante è asintoticamente stabile.

2.3) Ancora con $\alpha = 0$, si valuti il tempo di assestamento del sistema di controllo in risposta a uno scalino del riferimento e si discuta la precisione a transitorio esaurito.

2.4) Si spieghi perché nell'algoritmo di controllo non sarebbe opportuno usare il valore $\alpha = -1$.

2.1) I POLI DI $G(s)$ SI OTTENGONO DA QUELLI DI $G^*(z)$ TRAMITE LA TRASF. DI CAMPIONAMENTO INVERSA

$$s = \frac{1}{T}\ln z$$

- POLI DI $G(s)$: $\begin{cases} s_1 = \frac{1}{5}\ln 1 = 0 \\ s_2 = \frac{1}{5}\ln 0.2 \simeq -0.32 \end{cases}$

2.2) CON $\alpha = 0$, $R^*(z) = \frac{0.5z - 0.1}{z} = \frac{0.5(z-0.2)}{z}$

$$L(z) = R^*(z)G^*(z) = \frac{0.5(z+1)}{z(z-1)}$$

$$\varphi_{AC}(z) = z(z-1) + 0.5(z+1) = z^2 - 0.5z + 0.5$$

- POLI IN A.C.: $z_{1,2} = \frac{0.5 \pm \sqrt{-1.75}}{2} \simeq 0.25 \pm j0.66$

$$|z_{1,2}| \simeq 0.71 < 1 \implies \text{AS. STAB.}$$

2.3) $k_a \simeq -\dfrac{5}{\ln|z_{1,2}|} \simeq 15$ TEMPO DI ASSESTAMENTO (A T. DISCRETO)

$k_\ell = \nu - 1 = 0$ TEMPO DI LATENZA

$t_a = k_a T \simeq 75$ TEMPO DI ASSESTAMENTO (A T. CONTINUO)

- LA PRECISIONE STATICA È ASSICURATA DAL POLO IN $z = 1$ (AZIONE INTEGRALE).

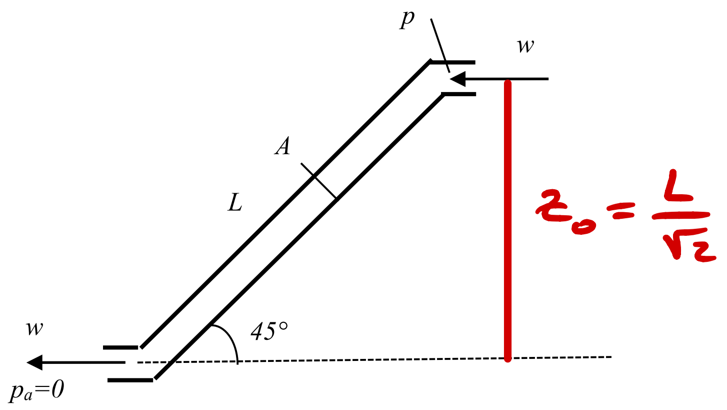
2.4) CON $\alpha = -1$, $R^*(z) = \dfrac{0.5(z-0.2)}{z+1}$

$$L(z) = R^*(z) G^*(z) = \frac{0.5}{z-1} \, \frac{\cancel{z-0.2}}{\cancel{z+1}} \, \frac{\cancel{z+1}}{\cancel{z-0.2}}$$

MA È AVVENUTA UNA CANCELLAZIONE CRITICA DELLO ZERO IN $z = -1$ $\Longrightarrow$ NON AS. STABILITÀ

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema idraulico mostrato in figura. Si vuole controllare la portata $w(t)$ agendo sulla pressione $p(t)$ in ingresso alla condotta. Si indichi con ρ la densità del liquido, con g l'accelerazione di gravità e con $p_a = 0$ la pressione atmosferica. Si consideri l'attrito nella condotta.



3.1) Ricavare il modello dinamico nonlineare del sistema.

3.2) Mostrare che il modello linearizzato è descritto dalla funzione di trasferimento $G_{wp}(s) = \frac{\mu}{1+s\tau}$, con opportuni valori dei parametri μ e τ, da determinare in funzione dei parametri fisici e geometrici.

3.3) Progettare un regolatore PI capace di garantire una velocità di risposta almeno doppia rispetto a quella del sistema in anello aperto.

3.4) Realizzare una configurazione anti-windup del regolatore PI, spiegando i vantaggi di tale soluzione.

3.5) Aggiungere un'azione in feed-forward del riferimento, disegnando lo schema a blocchi complessivo e calcolando la nuova funzione di trasferimento tra il riferimento e la variabile controllata.

3.1) $$\dot{w}(t) = -\frac{\rho A g}{L}\left(z_L^*(t) - z_0^*(t)\right) - \bar{f}\, w^2(t)$$

$$z_L^*(t) = 0$$

$$z_0^*(t) = z_0 + \frac{p(t)}{\rho g} = \frac{L}{\sqrt{2}} + \frac{p(t)}{\rho g}$$

$$\boxed{\dot{w}(t) = \frac{\rho A g}{\sqrt{2}} + \frac{A}{L}p(t) - \bar{f}\, w^2(t)}$$

3.2) $\delta\dot{w}(t) = -2\bar{f}\,\bar{w}\,\delta w(t) + \frac{A}{L}\,\delta p(t)$

$$G_{wp}(s) = \frac{A/L}{s+2\bar{f}\bar{w}} = \frac{\mu}{1+s\tau}$$

$$\Longrightarrow \quad \mu = \frac{A}{2\bar{f}\bar{w}L}, \quad \tau = \frac{1}{2\bar{f}\bar{w}}$$

3.3) $R(s) = K_i \dfrac{1+sT_i}{s}$ REGOLATORE PI

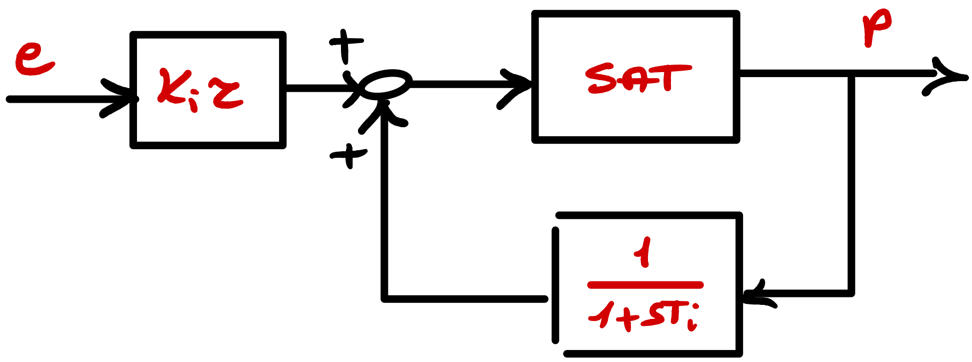
- CONVIENE PORRE $T_i = \tau \Longrightarrow R(s) = K_i \dfrac{(1+s\tau)}{s}$

$$L(s) = R(s)\,G_{wp}(s) = \frac{K_i\mu}{s} \qquad \begin{cases}\omega_c = K_i\mu \\ \varphi_m = 90^\circ\end{cases}$$

- PER AVERE VELOCITÀ ALMENO DOPPIA:

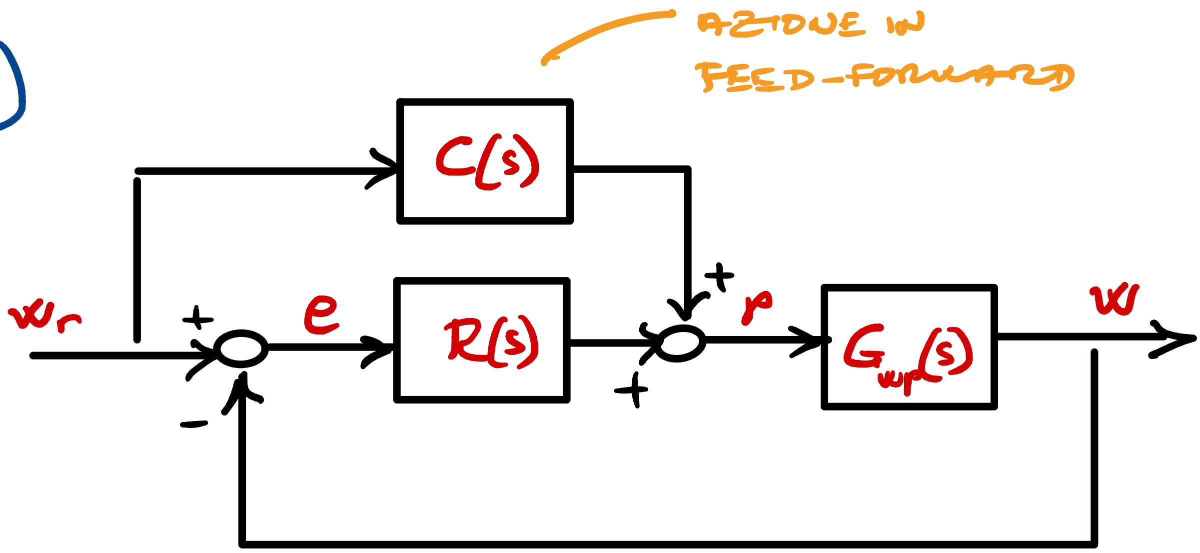
$$\omega_c > \frac{2}{\tau} \Longrightarrow K_i\mu > \frac{2}{\tau} \Longrightarrow K_i > \frac{2}{\mu\tau}$$

3.4) SUPPONENDO CHE $p(t)$ SIA SOGGETTA A SATURAZIONE:



QUESTO SCHEMA CONSENTE DI LIMITARE GLI EFFETTI DELLA SATURAZIONE, EVITANDO IL FENOMENO DI INTEGRATOR WIND-UP (CARICA INTEGRALE)

3.5)



$$C(s) = \frac{1}{G_{\omega p}(s)} \simeq \frac{1}{\mu}$$

$$F(s) = \frac{(C(s) + R(s))\,G(s)}{1 + R(s)\,G(s)}$$