

ESERCIZIO

Si consideri il sistema dinamico con ingresso $u(t)$ ed uscita $y(t)$ descritto dalla funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{\mathbf{m}}{s^2}$$

- 1) Spiegare perché tale sistema viene comunemente chiamato “doppio integratore”.
- 2) Valutare la stabilità del sistema.
- 3) Calcolare la risposta all’impulso del sistema.

SOLUZIONE

1) Perché una sua possibile rappresentazione di stato è data da

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = u(t)$$

$$y(t) = \mathbf{m}x_1(t)$$

e quindi l'uscita, a parte il fattore moltiplicativo \mathbf{m} è l'integrale doppio dell'ingresso.

2) La matrice della dinamica associata alla rappresentazione di stato precedente è

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

con due autovalori coincidenti in $s = 0$. Il sistema non può essere quindi asintoticamente stabile. Poiché inoltre tale matrice non è diagonalizzabile, il sistema è in realtà instabile.

3) L'integrale dell'impulso è lo scalino e quello dello scalino è la rampa. Quindi la risposta all'impulso è $y(t) = \mathbf{m} \text{ram}(t)$. Allo stesso risultato si arriva osservando che la trasformata di Laplace della risposta all'impulso è $Y(s) = G(s) = \mathbf{m}/s^2$.