ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo di ordine $n = 1$ descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = \left(u(t) - e^{x(t)}\right)\left(x(t) - 1\right)$$
$$y(t) = x(t) - u(t)$$

1.1) Spiegare che cosa si intende per *uscita di equilibrio* di tale sistema.

1.2) Trovare il valore dell'ingresso $\bar{u}$ per cui l'uscita di equilibrio è nulla.

1.3) Determinare per quali valori dell'ingresso $\bar{u}$ lo stato di equilibrio $\bar{x} = 1$ è asintoticamente stabile.

1.4) Trovare tutti gli stati di equilibrio corrispondenti all'ingresso $\bar{u} = 1$.

ESERCIZIO 2

Si consideri un sistema lineare invariante *a tempo discreto*, privo di ingressi, descritto dall'equazione di stato

$$x_{k+1} = Ax_k$$

Il polinomio caratteristico associato alla matrice *A* sia dato da $\varphi(\lambda) = \det(\lambda I - A) = \alpha\lambda^2 + \beta$.

2.1) Dire, motivando la risposta, quante sono le variabili di stato.

2.2) Determinare la regione nel piano dei parametri (α, β) per cui il sistema è asintoticamente stabile.

2.3) Verificare il risultato precedente mediante il metodo della *trasformazione bilineare*.

2.4) Dopo aver spiegato cosa si intende per *sistema FIR*, dire per quali valori dei parametri α e β il sistema si comporta come un FIR.

2.5) Ponendo nel polinomio caratteristico $\alpha = 1$, $\beta = -\frac{1}{4}$, determinare in corrispondenza una possibile matrice *A*.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema lineare invariante *a tempo continuo* descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \qquad A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$y(t) = Cx(t)$$

3.1) Calcolare la funzione di trasferimento.

3.2) Si consideri la risposta del sistema a uno scalino. Dire se essa presenta delle oscillazioni e, approssimativamente, in quanto tempo si assesta sul valore di regime.

3.3) Per il sistema in esame enunciare il *teorema della risposta in frequenza*.

3.4) Valutare l'amplificazione che subiscono (a transitorio esaurito) i seguenti tre ingressi:

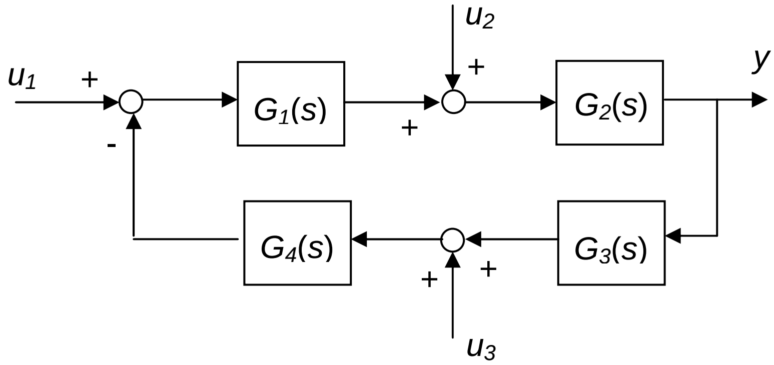
(a) $u(t) = \mathrm{sca}(t)$

(b) $u(t) = \mathrm{sen}(t)$

(c) $u(t) = \cos(t)$

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema descritto dallo schema a blocchi in figura, dove $G_1(s) = \frac{1}{s}$, $G_2(s) = G_3(s) = G_4(s) = 2$.



4.1) Calcolare le funzioni di trasferimento tra gli ingressi u_1, u_2, u_3 e l'uscita y.

4.2) Usando il *criterio di Nyquist* verificare la stabilità del sistema.

4.3) Ripetere l'analisi di stabilità nel caso in cui sia $G_4(s) = -2$.

4.4) Ripetere l'analisi di stabilità nel caso in cui sia $G_4(s) = e^{-2s}$.