ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema lineare a tempo discreto descritto dalle equazioni

$$
\begin{aligned}
x_{1,k+1} &= -0.6x_{1,k} - 0.4x_{2,k} + u_k \\
x_{2,k+1} &= 0.8x_{1,k} + 0.2x_{2,k} \\
y_k &= x_{2,k}
\end{aligned}
$$

1.1) Spiegare perché il sistema in esame si dice *dinamico*.

1.2) Verificare che il sistema è asintoticamente stabile.

1.3) Calcolare il guadagno statico μ_s.

1.4) Calcolandone i primi valori, verificare che la risposta dell'uscita a uno scalino unitario dell'ingresso tende ad assestarsi sul valore μ_s con oscillazioni smorzate.

1.5) Verificare che la retroazione $u_k = 0.4y_k$ sposta gli autovalori del sistema, pur conservandone la stabilità asintotica.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema non lineare a tempo continuo descritto dalle equazioni

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= x_2(t)\left(x_1^2(t) - x_1(t) - 2\right) \\
\dot{x}_2(t) &= -x_1(t) - x_2(t) + u(t) \\
y(t) &= x_1(t) - u(t)
\end{aligned}
$$

2.1) Determinare tutti gli stati di equilibrio corrispondenti a $\bar{u} = 4$.

2.2) Per ciascuno degli stati di equilibrio determinati valutare la proprietà di stabilità.

2.3) Dire cosa si intende in generale per stato di equilibrio instabile.

2.4) Si spieghi perché il sistema in esame è *invariante* e *non strettamente proprio*. Dire poi come tali caratteristiche si riflettono sul movimento dell'uscita in risposta agli ingressi $u(t) = sca(t)$ e $u(t) = sca(t-\tau)$, $\tau > 0$.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$
\begin{aligned}
\dot{v}(t) &= -v(t) + 2r(t) + 10u(t) \\
\dot{w}(t) &= -2w(t) + z(t) + u(t) \\
\dot{z}(t) &= -4z(t) + 5w(t) \\
y(t) &= v(t) + w(t) + z(t)
\end{aligned}
$$

3.1) Costruire uno schema a blocchi del sistema in cui compaiano tutte le variabili presenti nelle equazioni.

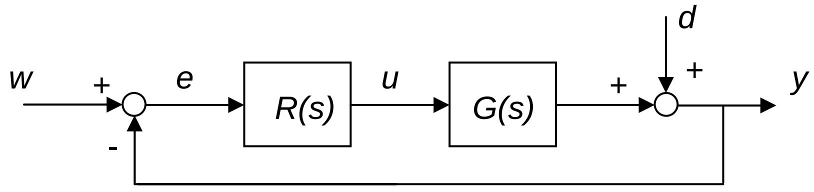
3.2) Calcolare la funzione di trasferimento tra u e y.

3.3) Verificare se il sistema è asintoticamente stabile oppure no.

3.4) Isolando il sottosistema con ingresso w e uscita z, calcolare il movimento di $z(t)$ in risposta a $w(t) = -sca(t)$, e valutare il tempo necessario per poter ritenere che z abbia in pratica raggiunto il valore di regime.

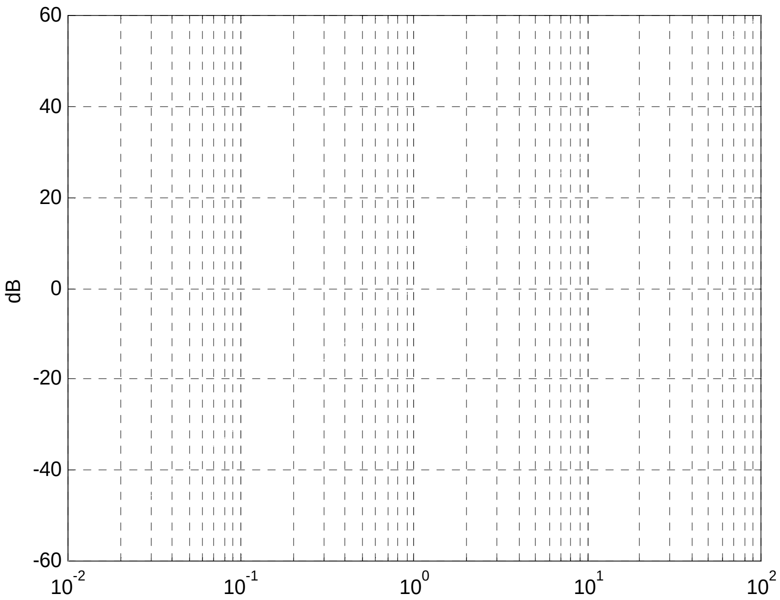
ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema di controllo in anello chiuso descritto dallo schema seguente:



dove $R(s) = \mu$ e $G(s) = \dfrac{0.6(1+5s)}{s(1+0.5s)}$.

4.1) Tracciare il diagramma di Bode del modulo associato a *G*(*s*).



4.2) Mediante il criterio di Bode, valutare la stabilità del sistema di controllo nei due casi:
(a) $\mu = 1$; (b) $\mu = 3$.

4.3) In risposta al riferimento $w(t) = A\, sca(t)$, valutare l'entità dell'errore a regime in corrispondenza dei due diversi regolatori (a) e (b). Ripetere poi il calcolo per il riferimento $w(t) = A\, ram(t)$.

4.4) Supponendo ora che sul sistema agisca un generico disturbo *d*(*t*), dire, motivando la risposta, quale dei due regolatori (a) e (b) garantisce una migliore attenuazione.