## ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}_1(t) = -2x_1(t) + 4x_1(t)x_2(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = -x_2^2(t) + 2u(t)$$
$$y(t) = x_1(t)$$

**1.1)** Determinare tutti gli stati di equilibrio associati all'ingresso $\bar{u} = 1$.

**1.2)** Valutare la proprietà di stabilità degli stati di equilibrio trovati al punto precedente.

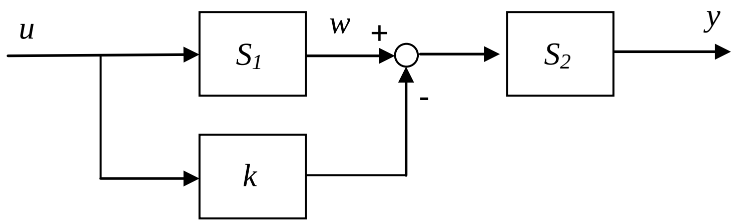
**1.3)** Spiegare in generale le differenze tra un stato di equilibrio instabile, uno stabile e uno asintoticamente stabile.

## ESERCIZIO 2

Si consideri lo schema a blocchi mostrato in figura, dove $k = 2$, il sottosistema $S_1$ è descritto dalle equazioni:

$$\dot{z}(t) = 5\big(u(t) - z(t)\big)$$
$$w(t) = 3z(t)$$

e il sottosistema $S_2$ è descritto dalla funzione di trasferimento $G_2(s) = \dfrac{2}{s+1}$ .




**2.1)** Calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$.

**2.2)** Calcolare la risposta di $y(t)$ all'ingresso $u(t) = \text{imp}(t)$.

**2.3)** Dopo aver calcolato i valori di $y(0)$ e $y(\infty)$, verificare la correttezza dei teoremi del valore iniziale e finale.

## ESERCIZIO 3

Si consideri il seguente sistema dinamico a tempo discreto:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 1 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$
$$y_k = x_k$$

**3.1)** Calcolare lo stato di equilibrio corrispondente a un generico ingresso costante $\bar{u}$. Dire poi quanto vale il guadagno statico del sistema.

**3.2)** Valutare la proprietà di stabilità del sistema.

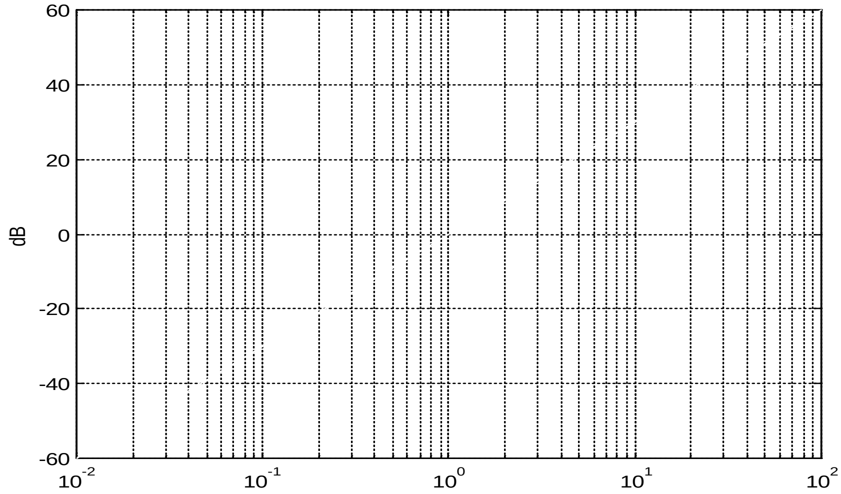
**3.3)** Scrivere l'espressione del movimento libero dell'uscita a partire dallo stato iniziale $x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

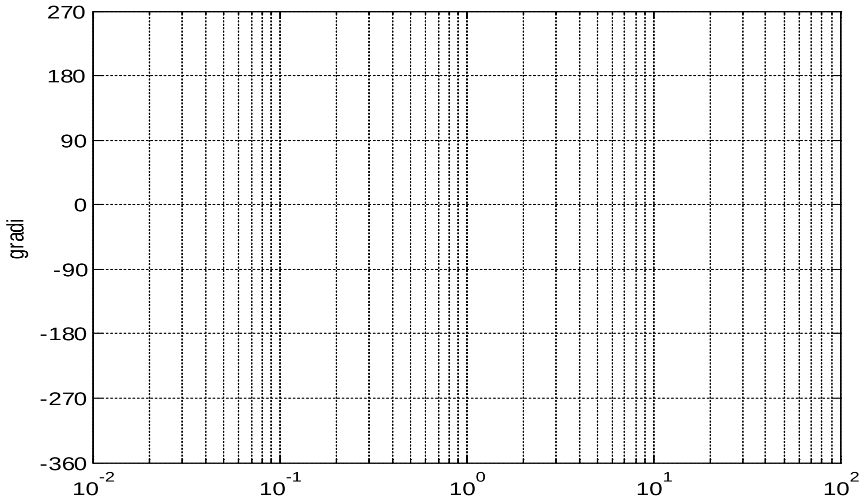
Calcolare poi i primi valori di tale movimento libero (da $k = 0$ a $k = 4$), spiegando perché esso tende asintoticamente a zero.

## ESERCIZIO 4

Si consideri un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{3(1+20s)}{(1+0.5s)(1+0.1s)^2}$ .

**4.1)** Tracciare i diagrammi asintotici di Bode associati a $G(s)$ .



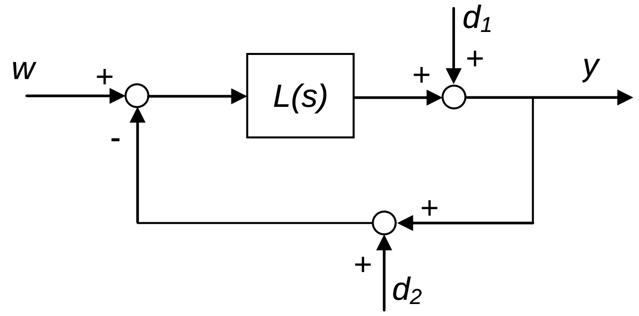



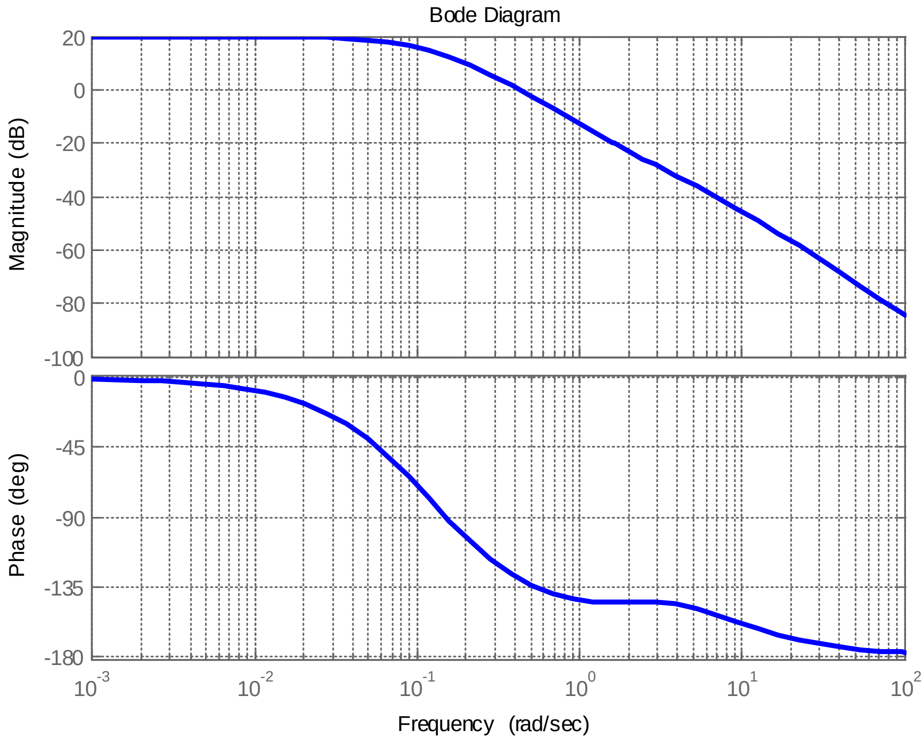

**4.2)** Dai diagrammi valutare l'amplificazione che il sistema applica all'ingresso $u(t) = \sin(t)$ . Verificare poi il risultato per via analitica.

**4.3)** Si supponga ora che l'ingresso sia $u(t) = \mathrm{sca}(t)$ . Valutare il tempo di assestamento e la forma della corrispondente risposta $y(t)$ .

## ESERCIZIO 5

Si consideri il sistema di controllo mostrato in figura, in cui $L(s)$ è una funzione di trasferimento priva di poli con parte reale maggiore di zero, avente i diagrammi di Bode sotto riportati.




**5.1)** Dai diagrammi valutare la pulsazione critica e il margine di fase del sistema di controllo.

**5.2)** Spiegare perché ci si aspetta che la risposta di $y(t)$ a un riferimento $w(t)$ limitato non sia divergente e presenti delle oscillazioni. Valutare anche il tempo di assestamento della risposta di $y(t)$ a un riferimento $w(t)$ a scalino.

**5.3)** Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist associato a $L(s)$.

**5.4)** Valutare (anche approssimativamente) l'effetto sull'uscita $y(t)$ dei disturbi $d_1(t) = \sin(0.2t)$ e $d_2(t) = \sin(0.2t)$.