

ESERCIZIO 1

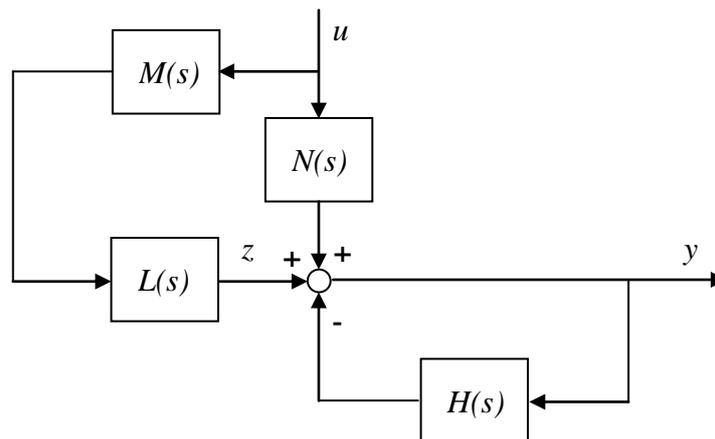
Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni, dove β è un parametro reale:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad , \quad A = \begin{bmatrix} 1 - \beta & 2 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{10} \end{bmatrix} \quad , \quad C = [\beta \quad 0]$$

- 1.1)** Senza calcolare il polinomio caratteristico, esprimere una condizione sul parametro β che sia necessaria, ma non sufficiente, per l'asintotica stabilità del sistema.
- 1.2)** Determinare tutti i valori del parametro β per cui il sistema è asintoticamente stabile.
- 1.3)** Ponendo $\beta = 4$, calcolare la funzione di trasferimento tra u e y e determinare il guadagno statico μ_s .
- 1.4)** Spiegare come si potrebbe trovare una diversa rappresentazione di stato equivalente. Dimostrare poi che in tale rappresentazione equivalente il guadagno statico si conserva.

ESERCIZIO 2

Si consideri lo schema a blocchi mostrato in figura



2.1) Calcolare la funzione di trasferimento $G_{yu}(s)$ tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$.

2.2) Calcolare la funzione di trasferimento $G_{zu}(s)$ tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $z(t)$.

2.3) Sapendo che i 4 sottosistemi descritti da $H(s)$, $L(s)$, $M(s)$ e $N(s)$ sono asintoticamente stabili, dire (motivando la risposta) se è possibile che l'intero sistema risulti instabile.

ESERCIZIO 3

Si consideri la seguente relazione ingresso-uscita (SISO) a tempo discreto:

$$y_{k+1} = by_{k-1} + cu_k$$

dove b e c sono due coefficienti reali.

3.1) Definendo le variabili $x_{1,k} = y_k$ e $x_{2,k} = y_{k-1}$, scrivere una rappresentazione di stato del sistema. Dire poi se il sistema è strettamente proprio oppure no.

3.2) Dire per quali valori dei coefficienti b e c il sistema è asintoticamente stabile.

3.3) Dire se esiste un valore di b per cui il sistema in esame è FIR. Si illustri inoltre almeno una delle proprietà generali che possiede un sistema FIR.

ESERCIZIO 4

Si consideri un sistema con ingresso u , uscita y e funzione di trasferimento $G(s) = \frac{8(s+1)}{(s+5)(s+0.1)}$.

4.1) Supponendo che sia $u(t) = -3\sin(2t)$, valutare l'andamento a transitorio esaurito della corrispondente uscita $y(t)$ e il tempo necessario perché tale andamento venga in pratica raggiunto.

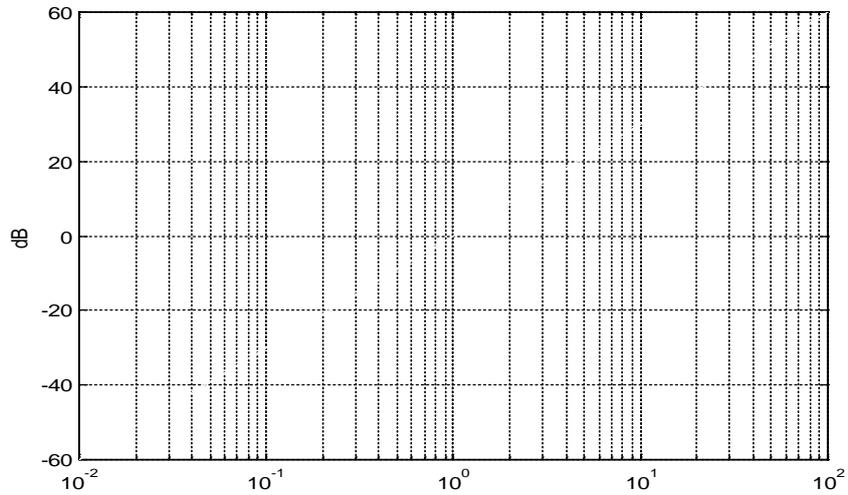
4.2) Spiegare come si potrebbe impostare il calcolo esatto della risposta all'ingresso $u(t) = -3\sin(2t)$, utilizzando lo sviluppo di Heaviside (non è richiesto il calcolo dei coefficienti di tale sviluppo).

4.3) Dire, motivando la risposta, se il sistema si comporta come filtro passa-basso o passa-alto. Spiegare cosa questo significa quando l'ingresso $u(t)$ è un segnale generico, di cui si conosce lo spettro.

ESERCIZIO 5

Si consideri un sistema di controllo con funzione d'anello $L(s) = \frac{2}{s(1+0.05s)}$.

5.1) Tracciare il diagramma di Bode del modulo asintotico associato a $L(s)$.



5.2) Verificare l'asintotica stabilità del sistema di controllo.

5.3) Valutare la robustezza della stabilità del sistema di controllo rispetto alla presenza di un eventuale ritardo τ nella misura della variabile controllata.