

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema lineare a tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C = [-1 \quad 1], \quad D = 2$$

- 1.1) Spiegare cosa si intende per *uscita di equilibrio* di tale sistema.
- 1.2) Discutere, al variare di u , quante e quali sono le uscite di equilibrio del sistema.
- 1.3) Calcolare i *modi* del sistema e spiegare che cosa rappresentano.
- 1.4) Ricavare la funzione di trasferimento del sistema.
- 1.5) Descrivere il sistema con uno schema a blocchi in cui compaiano esplicitamente le variabili di stato x_1 e x_2 .

ESERCIZIO 2

Si consideri il seguente sistema a tempo discreto:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned}, \quad A = \begin{bmatrix} \alpha & -\alpha & 1 \\ \alpha & -\alpha & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1 \quad 0]$$

2.1) Verificare che, per qualunque valore del parametro α , il sistema è un *sistema FIR*.

2.2) Determinare il valore di α in modo che, in risposta a un impulso unitario con stato iniziale x_0 nullo, l'uscita all'istante $k = 3$ sia uguale a 10.

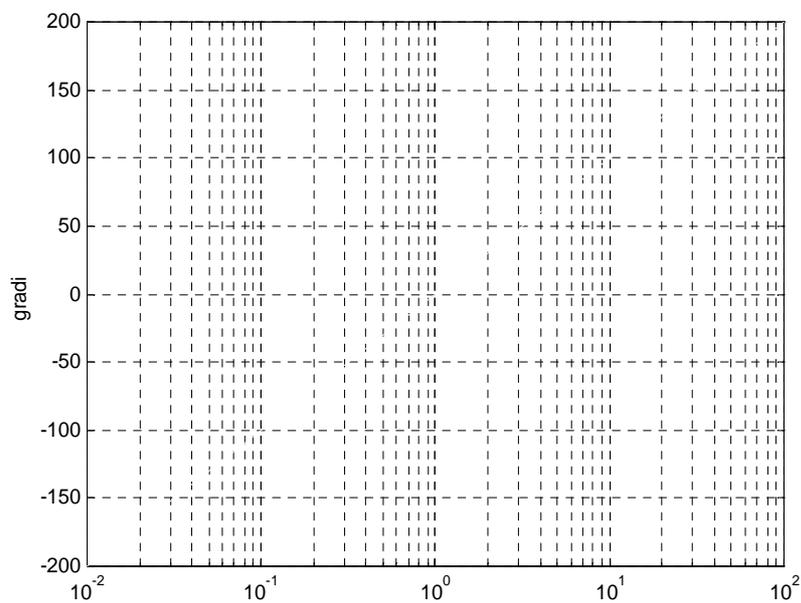
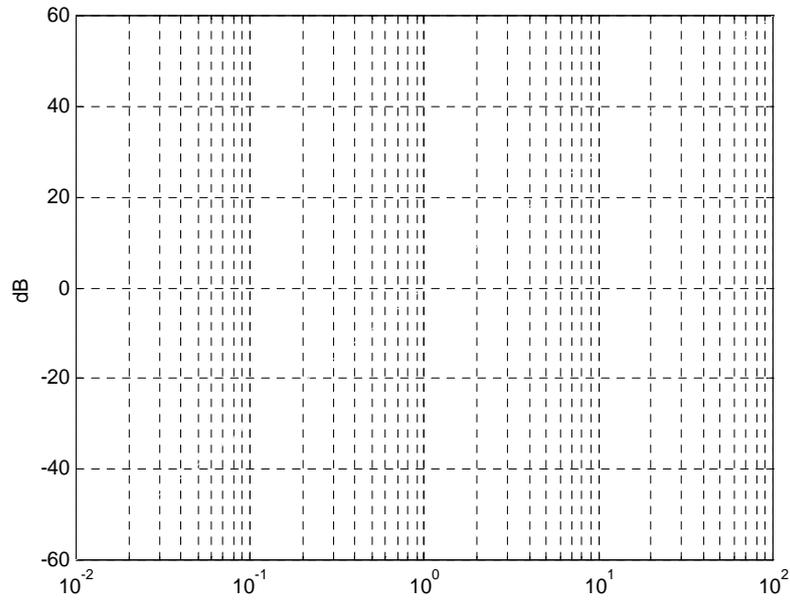
2.3) Dire come cambierebbe la risposta alla precedente domanda se lo stato iniziale fosse $x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

2.4) Dire, motivando la risposta, se il sistema è asintoticamente stabile oppure no. In caso affermativo, dire se la proprietà di asintotica stabilità vale *globalmente* oppure no.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema con ingresso $u(t)$, uscita $y(t)$ e funzione di trasferimento $G(s) = \frac{20(1-0.1s)}{(1+s)(1+5s)}$.

3.1) Tracciare i *diagrammi di Bode* asintotici del modulo e della fase associati a $G(s)$, confrontandoli con quelli dell'approssimante a poli dominanti $\tilde{G}(s)$.

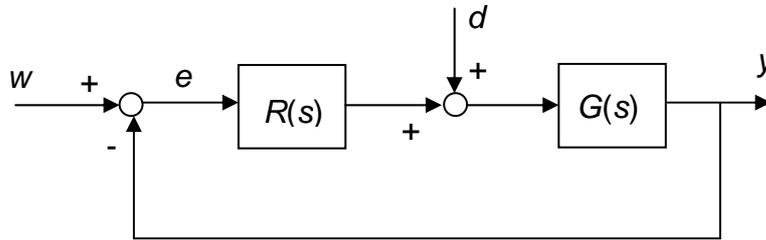


3.2) Valutare approssimativamente il *tempo di assestamento* e il *valore di regime* della risposta allo scalino del sistema.

3.3) Valutare approssimativamente l'amplificazione che il sistema applica a un ingresso del tipo $u(t) = U \sin(0.4t + \varphi)$.

ESERCIZIO 4

Si consideri il *sistema di controllo* descritto dallo schema a blocchi in figura, dove $G(s) = \frac{7}{1+s\tau}$, $R(s) = 10$.



- 4.1) Spiegare cosa rappresentano, dal punto di vista del problema di controllo, le variabili w , e , d , y e i blocchi $R(s)$ e $G(s)$.
- 4.2) Calcolare la funzione di trasferimento tra w e y e quella tra d e y .
- 4.3) Dimostrare che, se $\tau > 0$, il sistema di controllo è asintoticamente stabile.
- 4.4) Dimostrare che, se $\tau > 0$, il margine di fase è sempre maggiore di 90° .
- 4.5) Dimostrare che, se $w(t) = 0$, $d(t) = sca(t)$ e $\tau > 0$, il valore a transitorio esaurito di e è in valore assoluto inferiore a 0.1 .