ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \qquad A = \begin{bmatrix} a & b \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$y(t) = Cx(t)$$

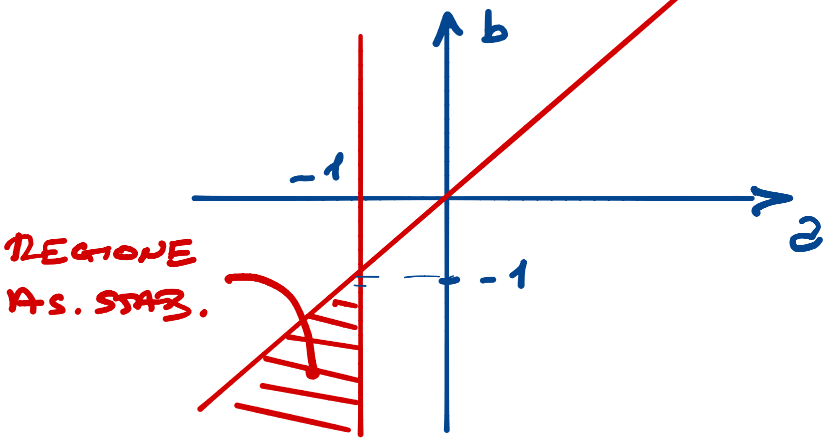
1.1) Deterrminare nel piano (a, b) la regione dei valori dei parametri per cui il sistema è asintoticamente stabile.

1.2) Calcolare la funzione di trasferimento del sistema.

1.3) Mostrare che il sistema non può essere asintoticamente stabile con guadagno statico negativo.

1.1) $\varphi(\lambda) = \det(\lambda I - A) = \lambda^2 - (1+a)\lambda + a - b$

$\boxed{\text{AS. STAB.}} \iff \begin{cases} 1+a<0 \\ a-b>0 \end{cases} \iff \boxed{b<a<-1}$



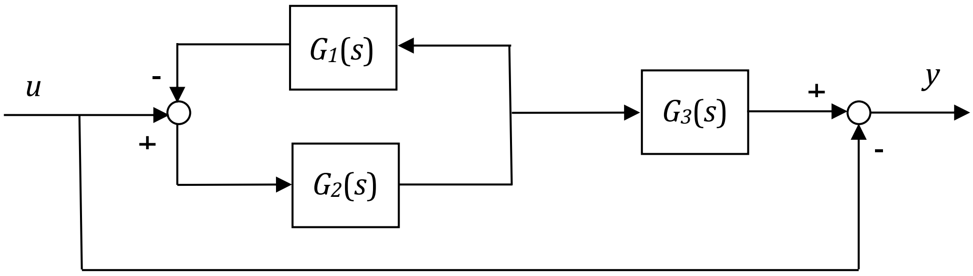
1.2) $\boxed{G(s)} = C(sI-A)^{-1}B = \boxed{\dfrac{s-a-1}{s^2-(1+a)s+a-b}}$

1.3) $\mu_s = G(0) = \dfrac{-a-1}{a-b}$

$\left.\begin{array}{l} \mu_s < 0 \iff \dfrac{-a-1}{a-b} < 0 \\ \text{AS. STAB.} \iff b<a<-1 \end{array}\right]$ IMPOSSIBILE

ESERCIZIO 2

Si consideri lo schema a blocchi mostrato in figura.



2.1) Calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ tra l'ingresso u e l'uscita y.

2.2) Sapendo che $G_3(s)$ ha un polo positivo, dire, motivando la risposta, se il sistema complessivo può essere asintoticamente stabile.

2.3) Supponendo che $G_1(s), G_2(s), G_3(s)$ siano funzioni di trasferimento strettamente proprie, dire, motivando la risposta, se $G(s)$ può risultare strettamente propria.

2.1) $\boxed{G(s)} = \dfrac{G_2(s)G_3(s)}{1+G_1(s)G_2(s)} - 1 = \boxed{\dfrac{-1+G_2(s)\left(G_3(s)-G_1(s)\right)}{1+G_1(s)G_2(s)}}$

2.2) $G_3(s)$ INSTABILE $\Rightarrow$ $G(s)$ INSTABILE

2.3) $G(s)$ NON PUÒ ESSERE STR. PROPRIA A CAUSA DEL LEGAME ISTANTANEO TRA u E y EVIDENZIATO NELLO SCHEMA.

ESERCIZIO 3

Si consideri un sistema, con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$, descritto dalla funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{10s}{1+4s}$$

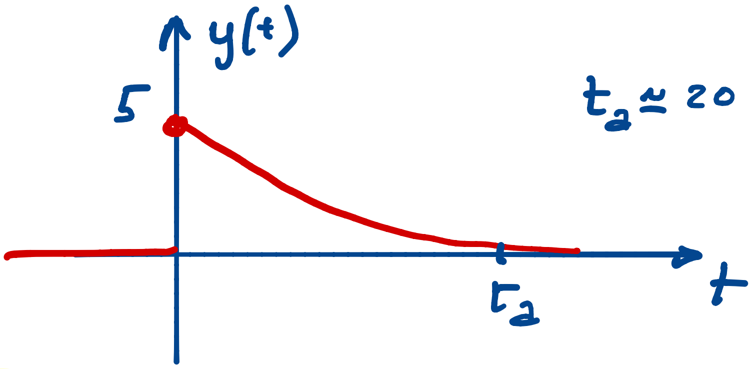
3.1) Calcolare e disegnare il grafico della risposta di $y(t)$ all'ingresso $u(t) = 2\ \mathrm{sca}(t)$.

3.2) Calcolare la risposta asintotica di $y(t)$ all'ingresso $u(t) = 2\ \mathrm{sen}(t)$.

3.3) Dire, motivando la risposta, se il sistema in esame presenta un comportamento da filtro passa-basso o da filtro passa-alto. Valutare anche la sua banda passante.

3.1) $Y(s) = G(s)U(s) = \frac{20}{1+4s}$

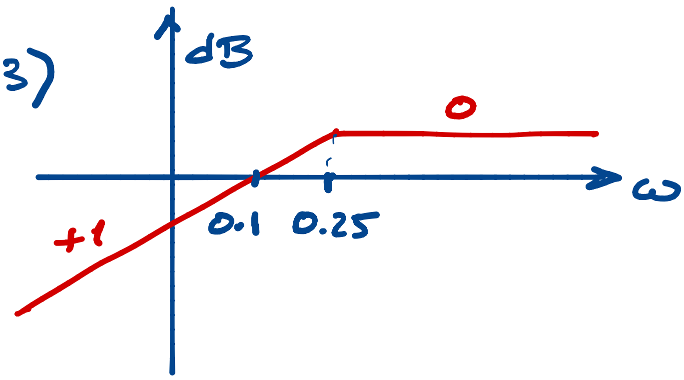
$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{5}{s+1/4}\right] = 5e^{-t/4}, \quad t \geq 0$



3.2) $y_\infty(t) \simeq 2\,|G(j1)|\,\mathrm{sen}(t + \angle G(j1)) \simeq$

$\simeq \frac{20}{\sqrt{17}}\,\mathrm{sen}(t + 0.24) \simeq 4.85\,\mathrm{sen}(t + 0.24)$

3.3)



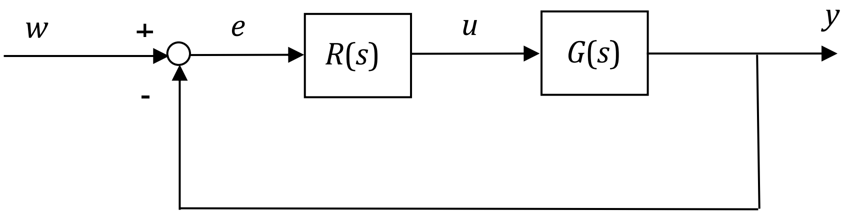
FILTRO PASSA-ALTO

BANDA PASSANTE

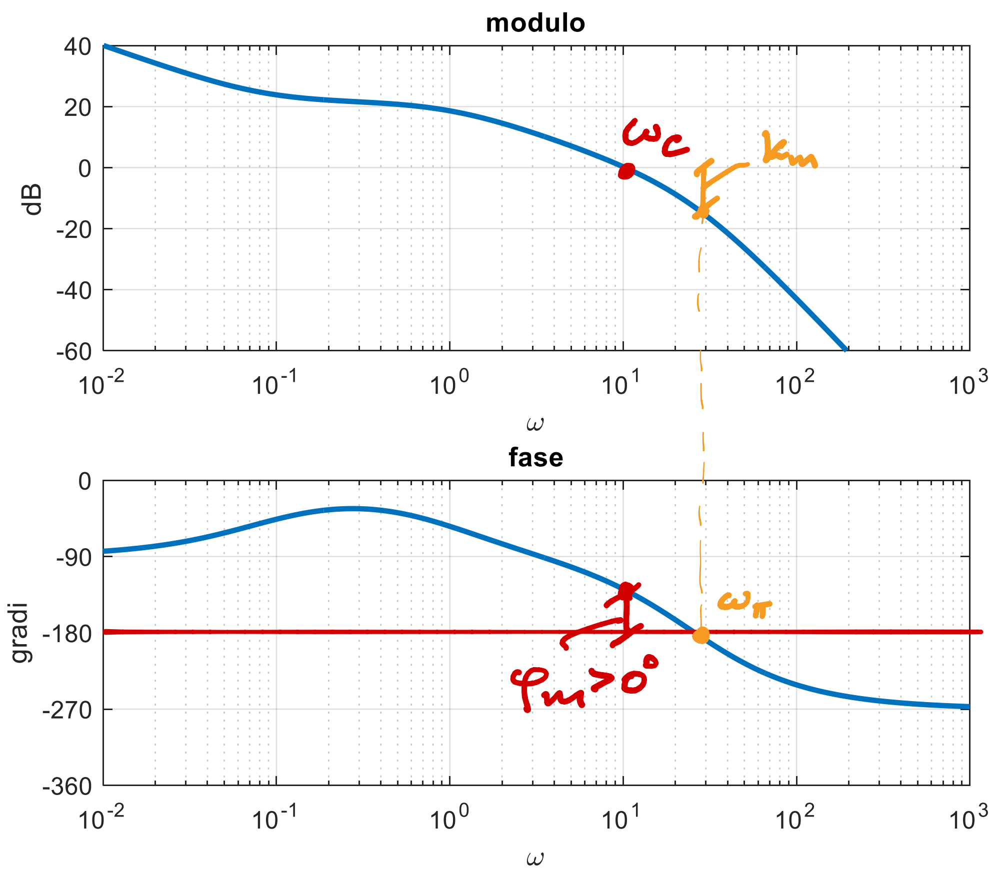
$B \simeq [0.25, \infty)$

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema di controllo mostrato in figura, dove il regolatore $R(s) = \mu_R$ è puramente proporzionale e la funzione di trasferimento $G(s)$ ha guadagno μ_G positivo, un polo in $s = 0$ e tutti gli altri poli reali e negativi.



I diagrammi di Bode di $G(s)$ sono riportati nella figura seguente.



4.1) Dimostrare che con $\mu_R = 1$ il sistema di controllo è asintoticamente stabile.

4.2) Discutere la stabilità del sistema di controllo per valori di μ_R nell'intervallo $0.1 \leq \mu_R \leq 10$.

4.3) Con $\mu_R = 1$, valutare l'errore a regime $e(\infty)$ quando il riferimento è $w(t) = 10\text{sca}(t)$.

4.1) CON $\mu_R = 1 \Rightarrow L(s) = G(s)$

CRITERIO DI BODE APPLICABILE
(P=0 DAL TESTO, ω_c BEN DEFINITA)

$\mu_L = \mu_G > 0$ DAL TESTO

$\omega_c \simeq 10$ DAL GRAFICO

$\varphi_m \simeq 50° > 0°$

$\Rightarrow$ AS. STAB.

4.2) DAL GRAFICO SI TROVA:

$\omega_\pi \simeq 30$

$|k_m|_{dB} \simeq 14dB \Rightarrow k_m \simeq 5$

$\Rightarrow$ SISTEMA AS. STAB PER $\mu_R \in [0.1, 5)$

INSTABILE PER $\mu_R \in [5, 10]$

4.3) POICHÈ IL TIPO È $g=1$, RISULTA:

$$\boxed{e(\infty) = \lim_{s \to 0} s \frac{1}{1+L(s)} \frac{10}{s} = 0}$$