ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico di ordine $n = 1$ descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = -4\big(x(t) + 5u(t)\big)$$
$$y(t) = -5x(t)$$

1.1) Verificare se, in condizioni di equilibrio con un ingresso positivo, l'uscita può essere positiva.

1.2) Supponendo ora che l'ingresso sia $u(t) = e^{-t}, t \geq 0$ e lo stato iniziale sia $x(0) = 2$, calcolare il movimento dell'uscita $y(t), t \geq 0$.

1.3) Disegnare un possibile schema a blocchi del sistema in cui compaiano tutte e tre le variabili $u(t)$, $x(t)$ e $y(t)$.

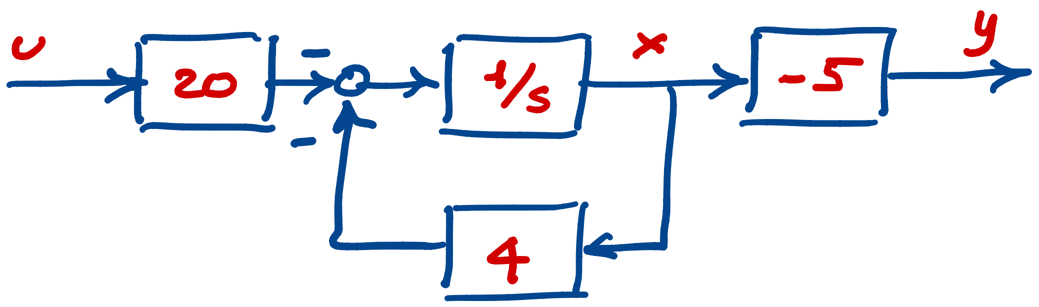
1.1) EQUILIBRIO

$$\bar{x} = -5\bar{u}$$
$$\bar{y} = 25\bar{u} \Longrightarrow \boxed{\bar{y} > 0 \text{ SE } \bar{u} > 0}$$

1.2)

$$y(t) = y_l(t) + y_f(t)$$
$$y_l(t) = -c e^{at} x(0) = -10 e^{-4t}$$
$$y_f(t) = -c \int_0^t e^{a(t-\tau)} b e^{-\tau} d\tau = \dots = \frac{100}{3} e^{-t} - \frac{100}{3} e^{-4t}$$
$$\Longrightarrow \boxed{y(t) = \frac{100}{3} e^{-t} - \frac{130}{3} e^{-4t}, \quad t \geq 0}$$

1.3) UN POSSIBILE SCHEMA A BLOCCHI È IL SEGUENTE:



ESERCIZIO 2

Si consideri un sistema, con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$, descritto dalla funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)}$$

2.1) Dire, motivando la risposta, se tale sistema può essere visto come la serie (oppure il parallelo) di due sottosistemi strettamente propri.

2.2) Calcolare la risposta di $y(t)$ a uno scalino unitario di $u(t)$.

2.3) Valutare approssimativamente il tempo di assestamento e l'eventuale presenza di un punto di massimo nella curva che descrive la risposta allo scalino.

2.1) . SERIE: $G(s) = G_1(s)G_2(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$

IMPOSSIBILE!

SE $G_1(s), G_2(s)$ STR. PROPRI $\Longrightarrow$ grado $D(s)$ - grado $N(s)$ ≥ 2

. PARALLELO $G(s) = G_1(s) + G_2(s)$

È POSSIBILE! P.E. $G_1(s) = \frac{-1}{s+2}$, $G_2(s) = \frac{2}{s+3}$

2.2) $Y(s) = \frac{G(s)}{s} = \frac{s+1}{s(s+2)(s+3)} = \frac{\alpha}{s} + \frac{\beta}{s+2} + \frac{\gamma}{s+3}$

HEAVISIDE

SI TROVA: $\alpha = \frac{1}{6}$, $\beta = \frac{1}{2}$, $\gamma = -\frac{2}{3}$

$$\Longrightarrow y(t) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}e^{-2t} - \frac{2}{3}e^{-3t}, \quad t \geq 0$$

2.3) POLO DOMINANTE: $s = -2 \Longrightarrow t_a \simeq \frac{5}{2}$

. LO ZERO IN $s = -1$ È PIÙ VICINO ALL'ORIGINE RISPETTO AI POLI $\Longrightarrow$ SOVRAELONGAZIONE

$\exists$ PUNTO DI MASSIMO $(\mu > 0)$

ESERCIZIO 3

Si consideri un sistema, con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$, descritto dalla funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + s + 40}$$

3.1) Calcolare pulsazione naturale e smorzamento dei poli. Dire anche, motivando la risposta, se il sistema presenta un fenomeno di risonanza.

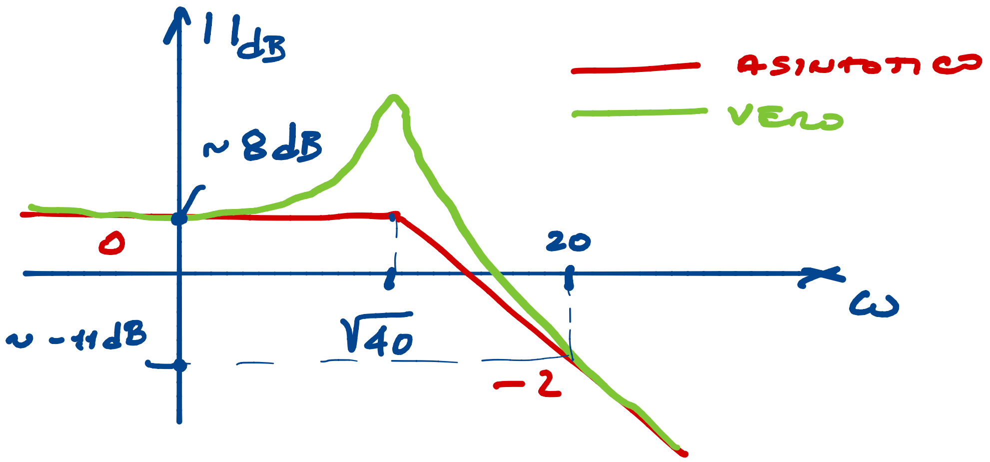
3.2) Tracciare su un foglio di carta semilogaritmica il diagramma di Bode del modulo asintotico con l'aggiunta, a mano libera, di quello vero.

3.3) Valutare (per via algebrica e per via grafica) l'attenuazione che subisce l'ingresso $u(t) = sen(20t)$.

3.1) $\boxed{\omega_n = \sqrt{40}}$, $\boxed{\xi = \frac{1}{2\omega_n} = \frac{1}{2\sqrt{40}} \cong 0.08}$

BASSO SMORZAMENTO $\xi \Longrightarrow$ RISONANZA

3.2)



3.3) L'ATTENUAZIONE È UGUALE A $|G(j20)|$

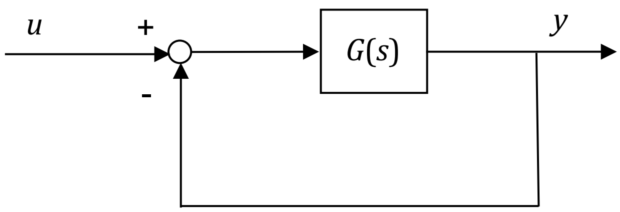
- CALCOLO ALGEBRICO: $|G(j20)| = \frac{100}{|-360 + j20|} \cong 0.28$

- CALCOLO GRAFICO DAL DIAGRAMMA DI BODE:

$|G(j20)|_{dB} \cong -11\,dB \Longrightarrow \boxed{|G(j20)| \cong 0.28}$ OK

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema retroazionato mostrato in figura, dove $G(s) = \frac{8}{s} e^{-\tau s}$.



4.1) Mediante il criterio di Nyquist, mostrare che, quando $\tau = 0$, il sistema è stabile.

4.2) Determinare per quali valori di $\tau > 0$ il sistema diventa instabile.

4.3) Al variare di $\tau \geq 0$, discutere la stabilità del sistema nel caso che la retroazione sia positiva.

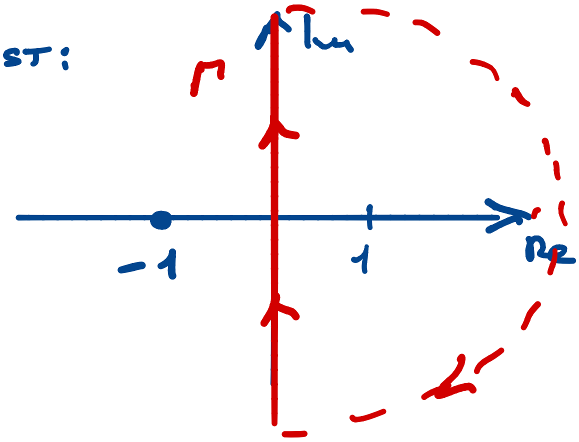
4.1) CON $\tau = 0 \implies L(s) = \frac{8}{s}$ $(P = 0)$

DIAGR. DI NYQUIST:

$N = 0 = P$

$\Downarrow$

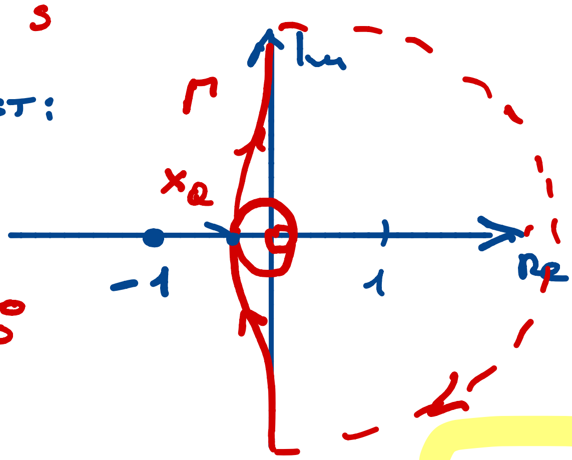
AS. STAB.



4.2) CON $\tau > 0 \implies L(s) = \frac{8}{s} e^{-\tau s}$

DIAGR. DI NYQUIST:

- CALCOLO DI x_a



$\angle L(j\omega) = -90^\circ - \omega\tau \frac{180^\circ}{\pi} = -180^\circ$

$\implies \omega_a = \frac{\pi}{2\tau}$

$|L(j\omega_a)| = \frac{8}{\omega_a} = \frac{16\tau}{\pi}$ STAB. $\iff \frac{16\tau}{\pi} < 1 \implies \tau_{MAX} = \frac{\pi}{16} \simeq 0.2$

4.3) SE LA RETROAZIONE È POSITIVA

$$L(s) = -G(s) = -\frac{8}{s} e^{-\tau s}$$

E IL NUMERO DI GIRI DEL DIAGRAMMA DI NYQUIST DI $G(s)$ VA CONTATO INTORNO AL PUNTO $+1$

- IN OGNI CASO RISULTA

$$N < 0 \, , \quad P = 0$$

$\Longrightarrow$ IL SISTEMA È INSTABILE