ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \qquad A = \begin{bmatrix} -3 & 8 \\ -1.5 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = 0.5$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

1.1) Verificare che sono soddisfatte le condizioni necessarie per l'asintotica stabilità basate sulla traccia e sul determinante.

1.2) Calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema.

1.3) Calcolare la pulsazione naturale e lo smorzamento di poli e zeri della funzione di trasferimento $G(s)$.

1.1) $\left.\begin{aligned} tr(A) &= -1 < 0 \\ det(A) &= 6 > 0 \end{aligned}\right\}$ COND. NEC. VERIFICATE

1.2) $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D =$

$$= 0.5 \frac{s^2+3s+9}{s^2+s+6}$$

1.3) - POLI:

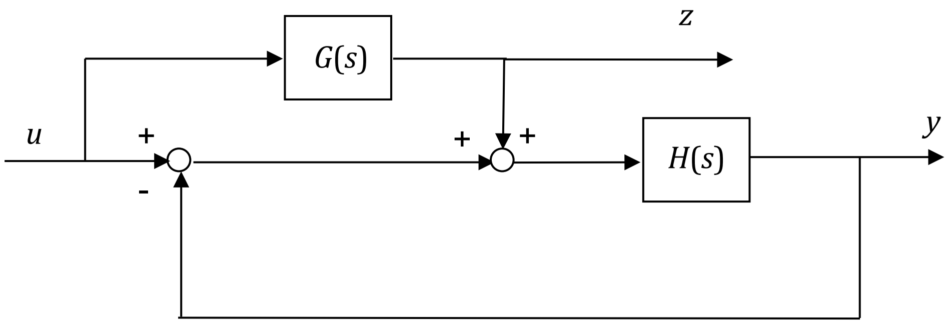
$$D(s) = s^2+s+6 \implies \omega_n = \sqrt{6}, \quad \xi = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

- ZERI

$$N(s) = 0.5(s^2+3s+9) \implies \omega_n' = 3, \quad \xi' = 0.5$$

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema con un ingresso e due uscite, rappresentato dallo schema a blocchi mostrato in figura.



2.1) Calcolare la funzione di trasferimento $G_{yu}(s)$ tra l'ingresso u e l'uscita y e la funzione di trasferimento $G_{zu}(s)$ tra l'ingresso u e l'uscita z.

2.2) Supponendo che le funzioni $G(s)$ e $H(s)$ abbiano tipo nullo e indicando con μ_G e μ_H i rispettivi guadagni, calcolare i valori di equilibrio $\bar{y}$ e $\bar{z}$ per un assegnato valore costante $\bar{u}$ dell'ingresso.

2.3) Se tutti i poli di $G(s)$ e $H(s)$ hanno parte reale negativa, si può affermare che l'equilibrio calcolato al punto precedente è asintoticamente stabile?

2.1) $G_{yu}(s) = \dfrac{(1+G(s))H(s)}{1+H(s)}$, $G_{zu}(s) = G(s)$

2.2) $\bar{y} = G_{yu}(0)\,\bar{u} = \dfrac{(1+\mu_G)\mu_H}{1+\mu_H}\,\bar{u}$

$\bar{z} = G_{zu}(0)\,\bar{u} = \mu_G\,\bar{u}$

2.3) NON SI PUÒ AFFERMARE PERCHÉ NON È GARANTITA L'ASINTOTICA STABILITÀ DEL SISTEMA COMPLESSIVO, A CAUSA DELLA RETROAZIONE.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema dinamico a tempo discreto, di ordine $n = 1$, descritto dalla seguente rappresentazione di stato:

$$x_{k+1} = x_k - x_k^3 + u_k$$
$$y_k = x_k$$

3.1) Calcolare tutti i possibili stati di equilibrio associati all'ingresso $\bar{u} = 8$.

3.2) Scrivere le equazioni del modello linearizzato intorno a un generico stato di equilibrio, precisando il significato di tutti i simboli usati.

3.3) Sulla base del modello linearizzato, discutere la stabilità degli stati di equilibrio individuati al punto 3.1.

3.1) $x = x - x^3 + 8$

$x^3 = 8 \Longrightarrow \bar{x} = 2$ UNICO STATO DI EQUILIBRIO REALE

3.2) $\delta x_{k+1} = (1 - 3\bar{x}^2)\delta x_k + \delta u_k$

$\delta y_k = \delta x_k$

$\delta x_k = x_k - \bar{x}$
$\delta u_k = u_k - \bar{u}$
$\delta y_k = y_k - \bar{y}$

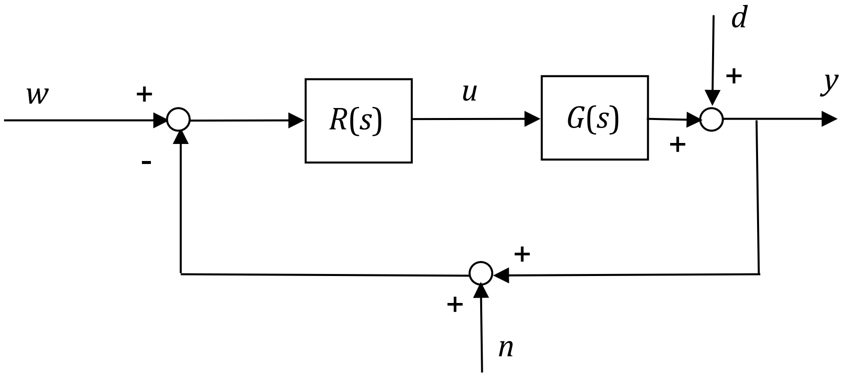
RAPPRESENTANO LE VARIAZIONI RISPETTO AI VALORI COSTANTI $\bar{x}, \bar{u}, \bar{y} = \bar{x}$

3.3) L'UNICO AUTOVALORE DEL MODELLO LINEARIZZATO È $\lambda = 1 - 3\bar{x}^2 = -11$

$|\lambda| > 1 \Longrightarrow$ STATO DI EQUILIBRIO INSTABILE

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema di controllo mostrato in figura, dove $R(s) = \frac{4}{s}$, $G(s) = \frac{1}{s+10}$

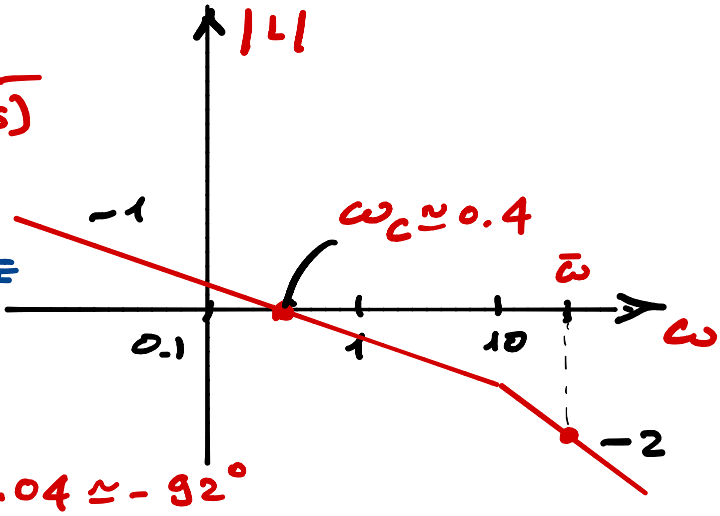


4.1) Su un foglio di carta semilogaritmica tracciare il diagramma (asintotico) di Bode del modulo associato alla funzione d'anello $L(s) = R(s)G(s)$.

4.2) Verificare l'asintotica stabilità del sistema di controllo.

4.3) Valutare la capacità del sistema di controllo di attenuare l'effetto dei disturbi $d(t)$ e $n(t)$ quando sono sinusoidali con periodo $T = 0.2$.

4.1) $L(s) = \frac{0.4}{s(1+0.1s)}$



4.2) CRITERIO DI BODE APPLICABILE

$\mu = 0.4 > 0$

$\omega_c \simeq 0.4$

$\varphi_c \simeq -90° - \text{arctg}\, 0.04 \simeq -92°$

$\varphi_m \simeq 88° > 0$ $\Longrightarrow$ AS. STABILITÀ

4.3) $\bar{\omega} = \frac{2\pi}{T} = 10\pi \simeq 31.4$

- IL DISTURBO d NON VIENE ATTENUATO PERCHÈ:

$$G_{yd}(s) = \frac{1}{1+L(s)} = S(s) \ , \ \bar{\omega} > \omega_c$$

- IL DISTURBO n VIENE ATTENUATO. INFATTI:

$$G_{yn}(s) = \frac{-L(s)}{1+L(s)} = -F(s), \ |F(j\bar{\omega})| \simeq |L(j\bar{\omega})| \simeq 0.004$$